

INSTITUTO POLITÉCNICO DE VISEU
ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA E GESTÃO DE VISEU

ÁREA CIENTÍFICA DE MATEMÁTICA

13º MatViseu

(Escola de Primavera)

Sessão nº1- 1ª Parte (Localização das raízes de um polinómio)

1. Aplique a regra de sinais de Descartes, para concluir quais as possibilidades de existência de raízes reais positivas e negativas dos seguintes polinómios:

(a) $p_3(x) = 2x^3 + 3x + x^2 - 13$

(b) $p_{10}(x) = x^7 + 2x^5 - x^3 + x^{10} + 56$

(c) $p_{13}(x) = 2x^{13} - 3x^{10} + 7x^5 - 12$

(d) $p_{21}(x) = 15x^{21} - 123x^5 - x^{13} + x^{12} + 1$

2. Pretende-se ilustrar graficamente as possibilidades das raízes da equação quadrática sem usar a fórmula resolvente. Para tal, considere a equação $ax^2 + bx + c = 0$ (1) onde a, b, c são números reais com $a \neq 0$. Dividindo a equação (1) por a , obtemos $x^2 + px + q = 0$ (2) com $p = \frac{b}{a}$ e $q = \frac{c}{a}$. O discriminante da equação (2) é $\Delta = p^2 - 4q$ e, conforme o sinal de Δ , (2) tem duas raízes reais iguais, duas raízes reais distintas ou duas raízes complexas. Na figura seguinte, está representado no plano pOq , o gráfico da parábola $q(p) = \frac{p^2}{4}$. Tendo em conta a localização das coordenadas do ponto (p, q) e a regra de sinais de Descartes, conclua qual a possibilidade de existência de raízes reais positivas e negativas dos seguintes polinómios.

(a) $p_2(x) = x^2 + 2x + 3$

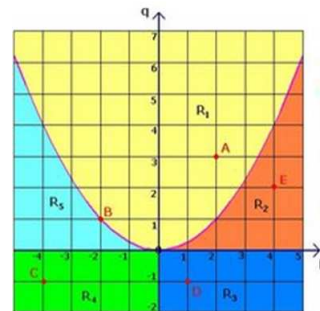
(b) $p_2(x) = x^2 - 2x + 1$

(c) $p_2(x) = x^2 - 4x - 1$

(d) $p_2(x) = x^2 + x - 1$

(e) $p_2(x) = x^2 + 4x + 2$

(f) $p_2(x) = 12x^2 + 123x - 56$



3. Determine, se possível, as raízes inteiras e racionais dos seguintes polinómios:

(a) $p_7(x) = x^7 - 8x^5 + 9x^2 - 1$

(b) $p_3(x) = 2x^3 - 3x^2 + 2x - 3$

(c) $p_5(x) = 8x^5 + 4x^4 + 10x^3 + 5x^2 + 2x + 1$

(d) $p_3(x) = 16x^3 - 4x^2 - 4x + 1$

(e) $p_4(x) = 4x^4 - 12x^3 + 7x^2 + 3x - 2$

4. Considere o polinómio $p_{10}(x) = x^{10} + 8x^7 - 9x + 120$ e diga, justificando, o valor lógico das seguintes afirmações:

(a) $p_{10}(x)$ não tem raízes inteiras.

(b) o número de raízes reais negativas de $p_{10}(x)$ é ímpar.

(c) o número de raízes reais de $p_{10}(x)$ em $[-1, 2]$ é par.