INSTITUTO POLITÉCNICO DE VISEU

ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA E GESTÃO DE VISEU

ÁREA CIENTÍFICA DE MATEMÁTICA

13º **MatViseu**

(Escola de Primavera)

Sessão nº1- 2ªParte (Método do m.d.c. para determinar as raízes de um polinómio)

1. **Método:**

   Denote-se por X_j o produto de fatores lineares do tipo $(x-a)$, correspondentes às raízes de multiplicidade j de um polinómio $f(x)$. Admita-se que $f(x) = aX_1X_2^2X_3^3\dots X_{k-1}^{k-1}X_k^k$, conclua que:

   (a) $$\begin{cases} f_1(x) := m.d.c(f(x), f'(x)) = aX_2X_3^2\dots X_{k-1}^{k-2}X_k^{k-1} \\ f_2(x) := m.d.c(f_1(x), f_1'(x)) = aX_3\dots X_{k-1}^{k-3}X_k^{k-2} \\ f_3(x) := m.d.c(f_2(x), f_2'(x)) = aX_4\dots X_k^{k-3} \\ \vdots \\ f_{k-1}(x) := m.d.c(f_{k-2}(x), f_{k-2}'(x)) = aX_k \\ f_k(x) := m.d.c(f_{k-1}(x), f_{k-1}'(x)) = a \end{cases}$$

   (b) $$\begin{cases} g_1(x) := \frac{f(x)}{f_1(x)} = X_1\dots X_k \\ g_2(x) := \frac{f_1(x)}{f_2(x)} = X_2\dots X_k \\ g_3(x) := \frac{f_2(x)}{f_3(x)} = X_3\dots X_k \\ \vdots \\ g_{k-1}(x) := \frac{f_{k-2}(x)}{f_{k-1}(x)} = X_{k-1}X_k \\ g_k(x) := \frac{f_{k-1}(x)}{f_k(x)} = X_k \end{cases}$$

   (c) $$\begin{cases} h_1(x) := \frac{g_1(x)}{g_2(x)} = X_1 \\ h_2(x) := \frac{g_2(x)}{g_3(x)} = X_2 \\ h_3(x) := \frac{g_3(x)}{g_4(x)} = X_3 \\ \vdots \\ h_{k-1}(x) := \frac{g_{k-1}(x)}{g_k(x)} = X_{k-1} \\ h_k(x) := g_k(x) = X_k \end{cases}$$

   (d) Os zeros de $f(x)$ de multiplicidade j correspondem aos zeros de $h_j(x)$, $j = 1, 2, \dots k$.

2. **Exemplos:** Usando o método do m.d.c, determine as raízes dos seguintes polinómios:

   (a) $p_4(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1$

   (b) $p_5(x) = x^5 - x^4 - 2x^3 + 2x^2 + x - 1$