

Forma Geral dos Modelos de P.L.

$$\max/\min \quad Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i \quad \forall i \in \{1, \dots, p\}$$

$$x_j \geq 0 \quad \forall j \in \{1, \dots, q\}$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i \quad \forall i \in \{p+1, \dots, m\}$$

$$x_j \text{ qualquer} \quad \forall j \in \{q+1, \dots, n\}$$

- x_j – variável de decisão j
- contribuição da variável de decisão x_j , por unidade, para a função objectivo
- Z – função objectivo a ser minimizada ou maximizada
- a_{ij} – quantidade do recurso i gasta por unidade na variável de decisão j
- b_i – disponibilidade do recurso i

Forma Normalizada* dos Modelos de P.L.

$$\max Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i \quad \forall i \in \{1, \dots, m\}$$

$$x_j \geq 0 \quad \forall j \in \{1, \dots, n\}$$

- Variáveis todas positivas
- Restrições sob a forma de igualdade
- Z – função objectivo(f.o.) a maximizar

Solução Admissível – é toda a solução que verifica o conjunto de restrições

Relembrando.....

Definição 1.1: **Conjunto convexo K** é um conjunto tal que o segmento de recta unindo dois quaisquer dos seus pontos está contido no conjunto.

Um conjunto convexo é **fechado** se compreende a sua fronteira.

* ou forma Estandarizada ou forma *Standard*

Definição 1.2: **Ponto extremo** de um conjunto convexo K é um ponto que não pertence ao segmento de recta a unir dois outros pontos quaisquer de K .

Teorema: O conjunto de soluções admissíveis, K , de um problema de P.L. é um conjunto convexo fechado.

⇒ A existência de mais do que uma solução admissível de um problema de P.L. implica a existência de infinitas soluções admissíveis

Dado que o conjunto das soluções admissíveis, K , de um problema de P.L. resulta da intercepção de um número finito de hiperplanos, três situações, mutuamente exclusivas, podem ocorrer:

➤ K é vazio , caso em que o problema não tem solução;

- K é não limitado, caso em que o problema tem solução, mas em que o valor óptimo na função objectivo pode 😊 não ser finito → o problema tem solução não limitada;
- K é não vazio e limitado, caso em que K é um poliedro convexo e em que o problema tem solução com óptimo finito para a f.o.

Teorema: Uma função linear sobre um poliedro convexo, K, atinge o óptimo num ponto extremo de K (o óptimo existe, pois uma função contínua sobre um conjunto limitado e fechado tem Max e min. – Weierstrass).

No caso de atingir o óptimo em mais de um ponto extremo, toda a *combinação linear convexa* 😞 destes pontos corresponde ainda a uma solução óptima.