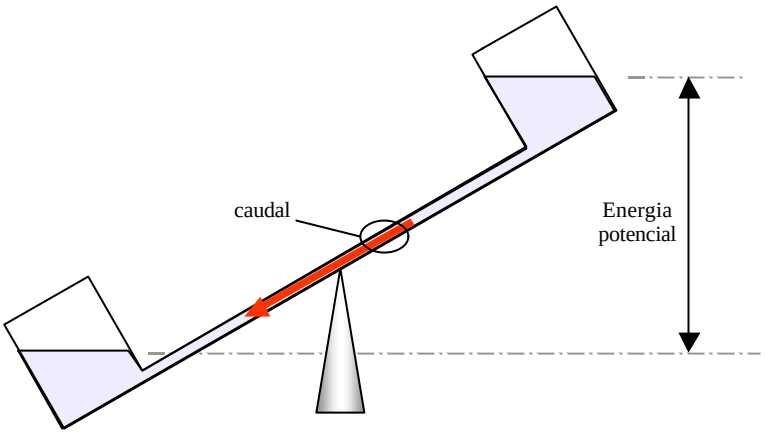
Bases de corrente eléctrica alternada (sinusoidal)

1. Monofásica

a. Analogia com sistema hidráulico



Uma corrente eléctrica contínua tem o seu paralelo com um sistema hidráulico, composto por 2 tanques com água, ligados por um tubo com uma determinada secção.

Se os tanques forem colocados a alturas diferentes (e mantidos assim), a água fluirá do mais elevado para o menos elevado, com um caudal (quantidade de água por unidade de tempo) constante, que é determinado pela diferença de altura e pela secção do tubo que os liga – quanto maior a diferença de altura maior o caudal (mantendo a secção constante) e, quanto maior a secção maior o caudal (mantendo a diferença de altura constante). Além disto, é evidente que a água se desloca sempre no mesmo sentido – na figura 1, da direita para a esquerda. É o equivalente, numa corrente eléctrica à diferença de potencial (diferença de altura) e à resistência (secção[1]).

Se agora imaginarmos que os tanques e o tubo formam uma espécie de balancé que balança para um lado e para o outro repetidamente – ver a figura 2 – constata-se que a água flui agora nos dois sentidos (dependendo do tanque que se encontra mais elevado) e também com um caudal que é variável (dependente da diferença de altura relativa entre os dois tanques).

A análise do caudal mostrará o que sucede com uma corrente eléctrica alternada sinusoidal.

[1] A resistência eléctrica é, aliás, também determinada pela secção do fio: $R = \rho \, l/S$

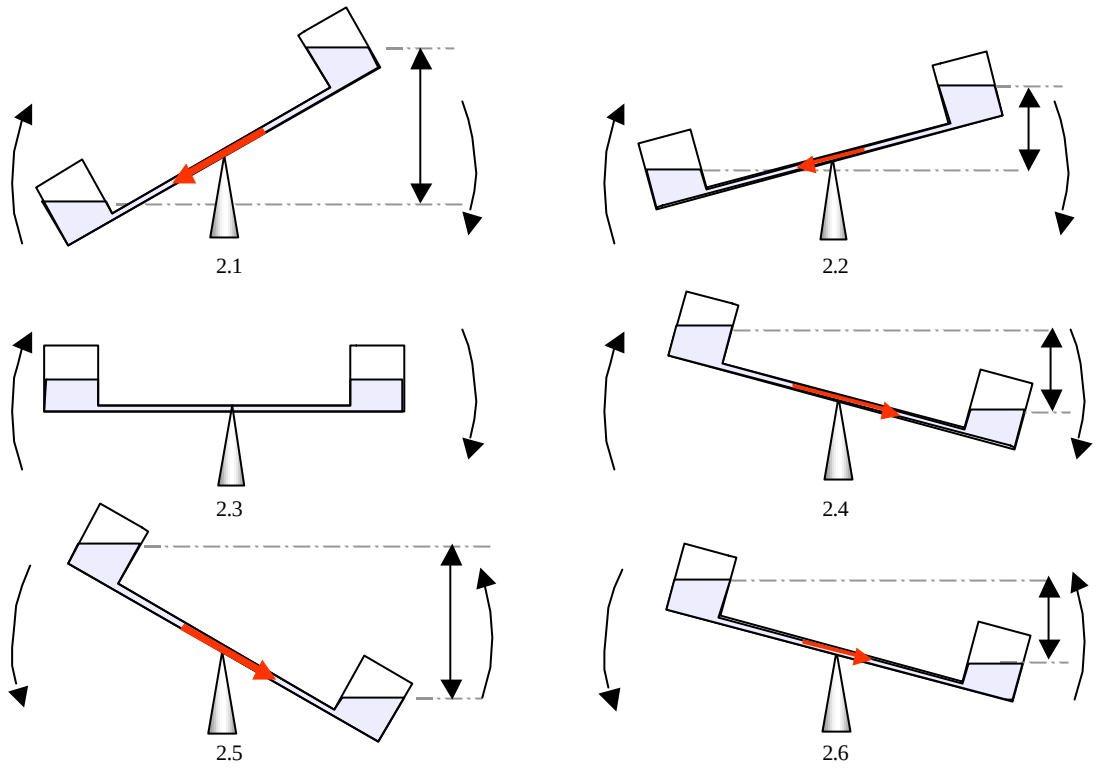


Figura 2

Desenhando, num gráfico, o valor do caudal ao longo do tempo, obteríamos a curva da figura 3.

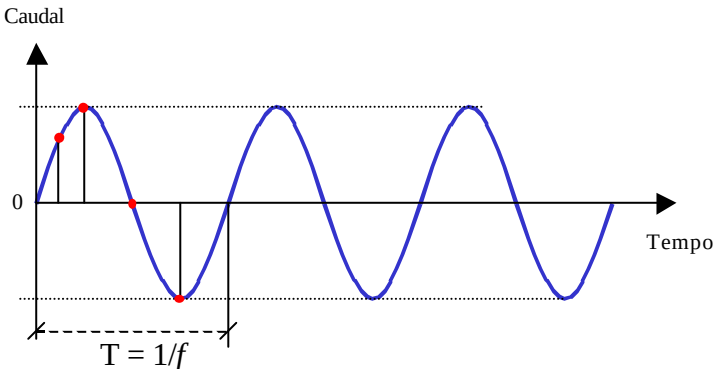


Figura 3

O que tem o seu equivalente numa corrente eléctrica sinusoidal, em que o caudal é substituído pela corrente i(t); isto é, a corrente é variável ao longo do tempo (tem uma amplitude que depende do instante de tempo em que é medida) e toma alternadamente valores positivos (flui para uma direcção considerada positiva) e valores negativos (flui no sentido contrário ao anterior). Note-se que, também a diferença de potencial alterna (num semiciclo é o tanque da

direita que está mais alto, no semiciclo seguinte é o tanque da esquerda que estará mais alto) – este facto teria o seu paralelo, imaginando uma bateria (tensão contínua) cujos terminais estivessem contínuamente a rodar.

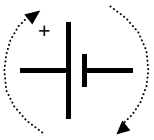


Figura 3

b. Expressão analítica da corrente eléctrica sinusoidal

Uma qualquer grandeza com uma variação, ao longo do tempo, representada pela curva da figura 3, é representada analiticamente através de um valor máximo e por um seno. Na expressão da corrente, teremos portanto:

$$i(t) = I \sin(w \cdot t + a)$$

em que $i(t)$ é o valor da amplitude da corrente, medida no instante de tempo t, I é o valor máximo dessa corrente, ω é a velocidade angular (que se relaciona com a frequência através da expressão $\omega = 2.\pi.f$) e α um ângulo que representa o desfasamento da corrente relativamente à origem.

c. Expressão vectorial da corrente eléctrica sinusoidal

O mesmo tipo de grandezas pode ser expresso através de um vector girante, que roda em torno da origem de um sistema de eixos, com velocidade constante ω e cujo comprimento é o valor máximo da grandeza em causa. Imaginando que, na ponta desse vector temos um lápis (desenhando portanto um círculo) e que colocamos este sistema em cima de uma folha de papel que se desloque num sentido com velocidade constante, obteremos exactamente a figura 3. Este comportamento está representado na figura 5

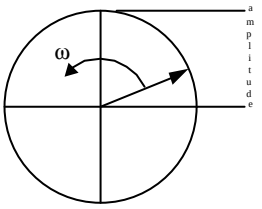


Figura 4

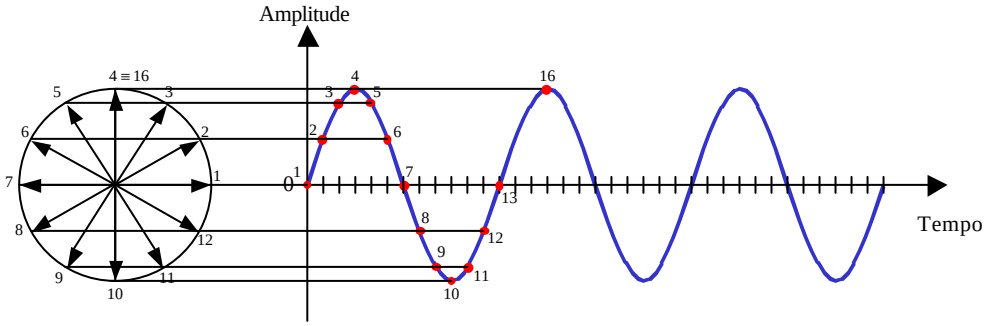
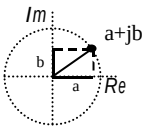


Figura 5

Nesta figura podemos ver que a amplitude da corrente, ao longo do tempo, consiste na projecção do comprimento do vector segundo o eixo vertical e que existe uma relação entre o tempo e o ângulo que o vector faz com a origem[2] – 360º = 2.π radianos = período T.

d. Notações de representação de grandezas

i. Parte real e imaginária

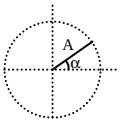


a + jb

mais fácil utilização quando se pretendem realizar cálculos envolvendo somas e diferenças.

(a+jb) + (c+jd) = (a+c) + j (b+d)

ii. Fasorial



A ⌊α

mais fácil utilização quando se pretendem realizar operações envolvendo produtos e quocientes

A ⌊α x B ⌊β = A.B ⌊α+β

iii. Relação entre as duas notações

a+jb A ⌊α $A = \sqrt{a^2 + b^2}$ $\alpha = arctg\, b/a$

a = A.cos α b = A.sin α

e. Relação entre grandezas eléctricas

Até ao presente temos referido a corrente eléctrica. Temos agora que relacioná-la com a tensão (V) e a impedância (Z).

Segundo a lei de Ohm generalizada, temos que:

$$\overline{V} = \overline{Z} \cdot \overline{I}$$

sendo $\overline{I} = I \cdot \sin(w \cdot t + a)$

então, supondo $\overline{Z} = R$, teremos:

[2] Neste caso, segundo o representado na figura 5, a origem é o semieixo horizontal da direita, definido assim já que o tempo t = 0 foi definido para esse caso

$$\overline{V} = R \cdot I \cdot \sin(w \cdot t + a)$$

$$\overline{V} = (RI) \cdot \sin(w \cdot t + a)$$

isto é, a tensão tem a mesma forma que a corrente (sinusoide), com a diferença de vir afectada de uma constante – RI – ver figura 6.

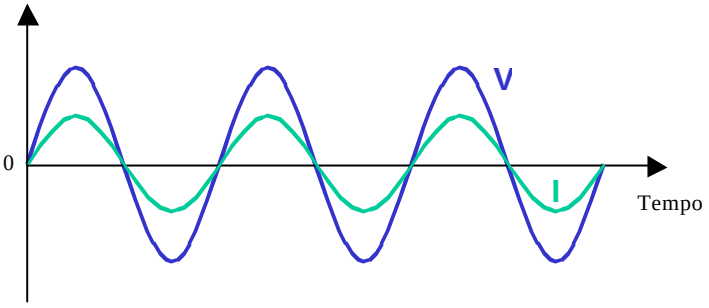


Figura 6

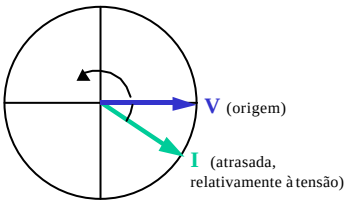
Note-se que embora a tensão tenha, na figura anterior, uma amplitude superior à amplitude da corrente, tal não é forçoso que suceda, dependendo do valor de R ser superior ou inferior à unidade. Note-se também que se está a misturar, no mesmo eixo, duas amplitudes diferentes – ampéres e volts, havendo que ter, este facto (duas unidades diferentes, isto é 2 escalas diferentes), sempre em presente e em consideração.

Verifica-se, na figura 6, que as duas ondas sinusoidais têm os seus valores máximos e as suas passagens por zero (bem como todos os outros valores) exactamente nos mesmos instantes de tempo. Tal é assim, pois reduziu-se a impedância a uma resistência, sendo, neste caso, o desfasamento entre as duas ondas nulo.

Como é sabido, a passagem de uma corrente eléctrica num bobine (ideal) faz com que essa corrente surja atrasada de 90º relativamente à tensão, e num condensador (ideal) com que essa corrente surja adiantada de 90º relativamente à tensão.

Definamos uma origem, relativamente à qual nos vamos orientar para definir a origem dos tempos (t = 0) e os ângulos (permitindo-nos falar de atraso ou de adiantamento). Vamos, a partir daqui, definir a tensão como a nossa origem, o que leva a definir a expressão analítica da tensão como:

$$\overline{V} = V \cdot \sin(w \cdot t)$$, sendo então $\alpha = 0^o$



Substituamos agora, a resistência por uma bobine ideal: $\overline{Z} = jwL$. Como foi referido, a corrente virá atrasada de 90º, relativamente à tensão:

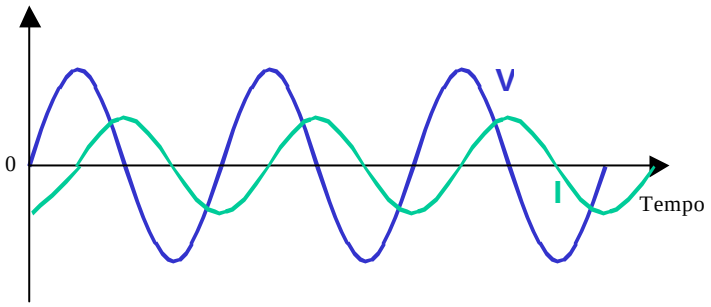


Figura 7

Como, na realidade, bobines ideais não existem, vamos substituir a bobine ideal por uma bobine real: $\overline{Z} = R + jwL$

Nesta situação, devido à presença de uma parte resistiva, o atraso da corrente já não é de 90º mas sim de um valor pertencente ao intervalo:]0º; 90º[.

Por exemplo, uma bobine que provoque um desfasamento de 60º:

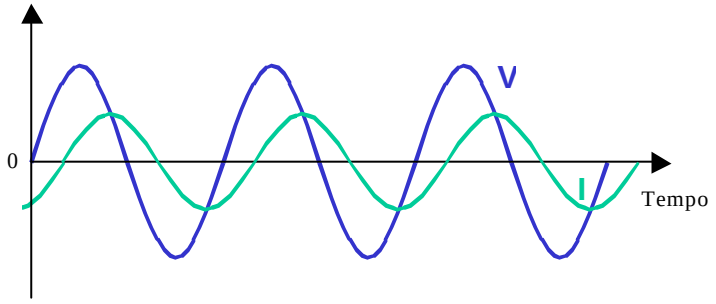


Figura 8

Para o caso de um condensador (provocando um adiantamento de 30º p. ex.), teríamos:

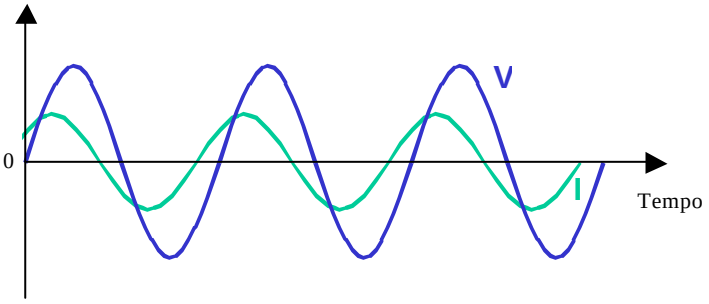


Figura 9

f. A potência em corrente alternada

A potência é definida com o produto da tensão pela corrente. Dado que estamos a tratar de quantidades sinusoidais, o seu produto será também uma quantidade sinusoidal, isto é, também variável no tempo:

$$v(t) = V \sin(\omega t)$$
$$i(t) = I \sin(\omega t + \alpha)$$

$$p(t) = v(t).i(t) = VI \sin(\omega t).\sin(\omega t+\alpha)$$
$$p(t) = \tfrac{1}{2}\{\cos(\omega t - \omega t - \alpha) - \cos(\omega t + \omega t + \alpha)\}$$
$$p(t) = \tfrac{1}{2}\cos(\alpha) - \tfrac{1}{2}\cos(2\omega t + \alpha)$$

- $2x\omega t$ => 2xfrequência inicial
- note-se, também, que $\alpha = 0$, pois Z = R

o que também pode ser verificado graficamente, sobrepondo, no mesmo gráfico, a onda da tensão e da corrente e procedendo ao produto das suas amplitudes, tomadas para os mesmos instantes de tempo:

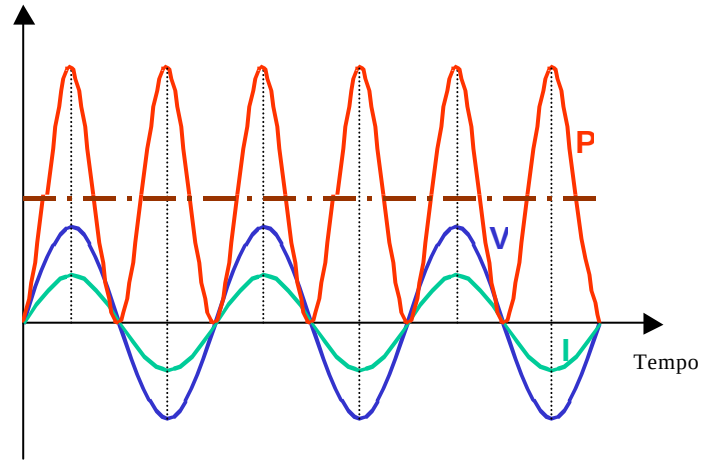


Figura 10

Note-se que, a potência é sempre positiva, se a impedância for resistiva, como era o caso da figura 6.

Poder-se-ia aplicar o mesmo raciocínio aos casos de impedância indutiva e capacitiva, apresentados nas figuras 7, 8 e 9, obtendo-se, respectivamente:

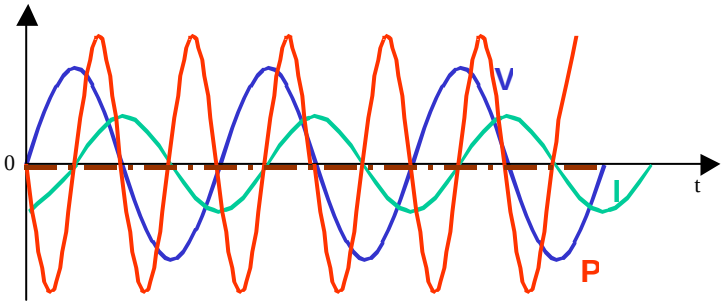


Figura 11

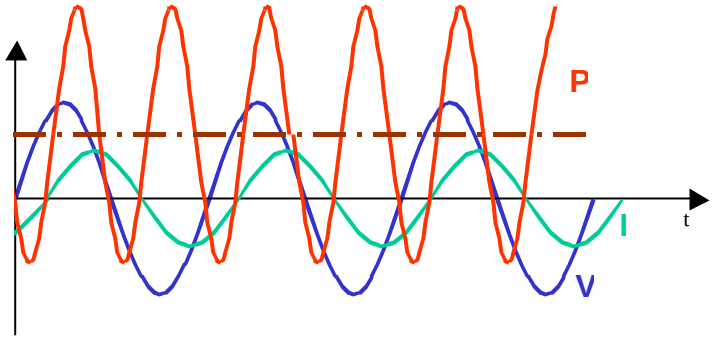


Figura 12

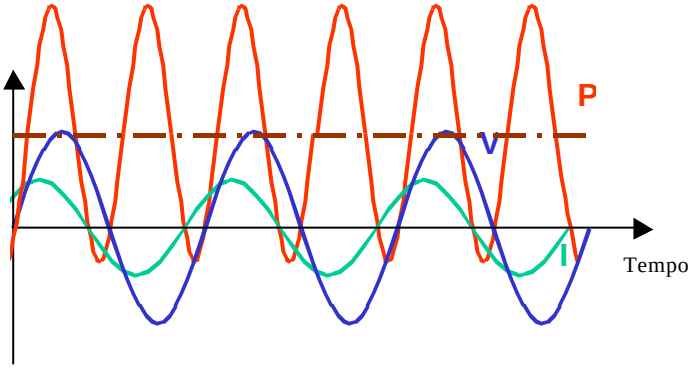


Figura 13

Em cada um dos quatro últimos gráficos pode ainda ver-se o valor da potência activa média – a traço-ponto castanho – e verificar que o valor dessa potência média decresce de um valor máximo (impedância resistiva pura), até zero (impedância indutiva ou capacitiva pura).

g. <u>As várias potências em corrente alternada</u>

Dados os possíveis desfasamentos entre tensão e corrente, resultado de impedâncias não puramento resistivas, às quais é aplicada uma tensão alternada (gerando-se assim uma corrente alternada em atraso ou adiantamento) e tendo presente que parte da energia (Potência x Tempo) não se transforma em trabalho útil, surge a necessidade de decompor a potência total em jogo, em três potências:

- potência Aparente - S [VA]
- potência Activa - P [W]
- potência Reactiva - Q [VA_r]

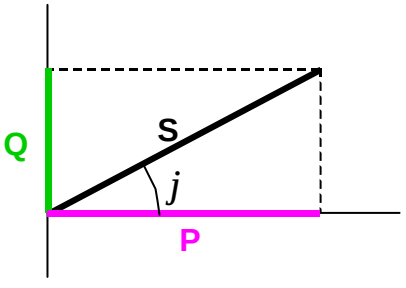


Figura 14

Da figura 14 – triângulo de potências – podem inferir-se algumas relações:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$
$$P = S \cdot \cos \boldsymbol{j}$$
$$Q = S \cdot \sin \boldsymbol{j}$$

em que *cos*φ é uma figura conhecida, designada como **factor de potência** e que dá uma medida da eficiência de um sistema transformar a energia fornecida (Sxt) em trabalho útil[3] (Pxt). A energia rectiva (Qxt) é também necessária, pese embora não realize trabalho útil, dado que é a responsável pela formação de campos magnéticos, necessários ao funcionamento de parte dos equipamentos eléctricos.

Note-se que, embora as unidades de S, P e Q sejam apresentadas de forma diferente (VA, W e VA_r), não existe qualquer diferença entre elas[4], no sentido que são todas potências e tendo todas o mesmo significado físico (isto é, VA = W = VA_r).

---

2. Trifásica

a. Analogia com sistema hidráulico

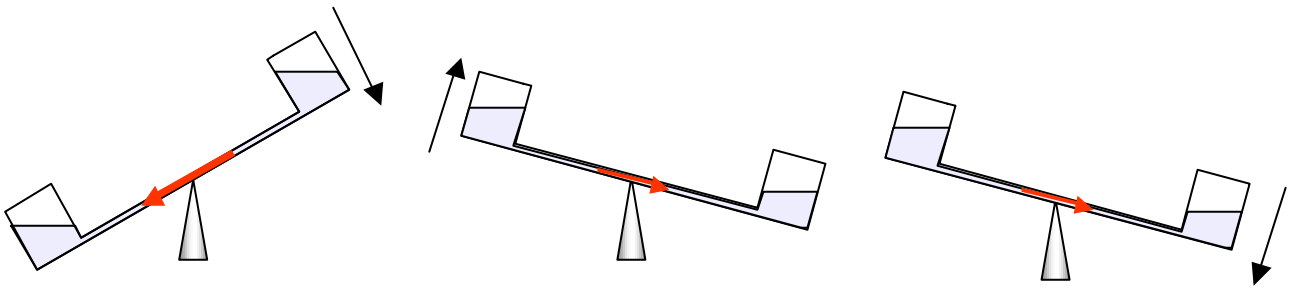


Figura 15

Um sistema eléctrico alternado trifásico tem a sua analogia com um sistema hidráulico, na forma apresentada na figura 15. Aí vemos 3 "balancés" a oscilarem nos sentidos apresentados, dando origem a 3 deslocamentos de fluido com caudais diferentes (já que as suas alturas relativas são diferentes) e com sentidos opostos.

[3] O significado de trabalho útil é o do trabalho que realiza, por exemplo, movimento rotativo – mecânico – nos motores
[4] Nota: não se quer dizer que S = P = Q, mas que as unidades e o seu significado são iguais.

b. O sistema trifásico – vectorial e gráfico

De facto, ter um sistema eléctrico trifásico, corresponde a ter três sistemas monofásicos a funcionarem em simultâneo, com a mesma amplitude máxima, mas cada um desfasado de 120º relativamente aos outros dois, tal como representado, em termos de vectores girantes, na figura 16.

Tendo-se três vectores a rodarem em simultâneo com velocidade angular ω e para facilitar a compreensão, atribuir-se-á, a cada uma das correntes (ou a cada uma das fases), uma letra – R, S e T

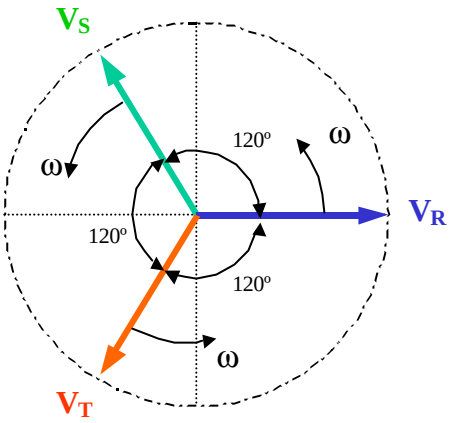


Figura 16

Mais uma vez, supondo que em cada vector existe uma caneta e que o sistema repousa em cima de uma folha de papel que se desloca com velocidade constante, obteríamos o diagrama da figura 17.

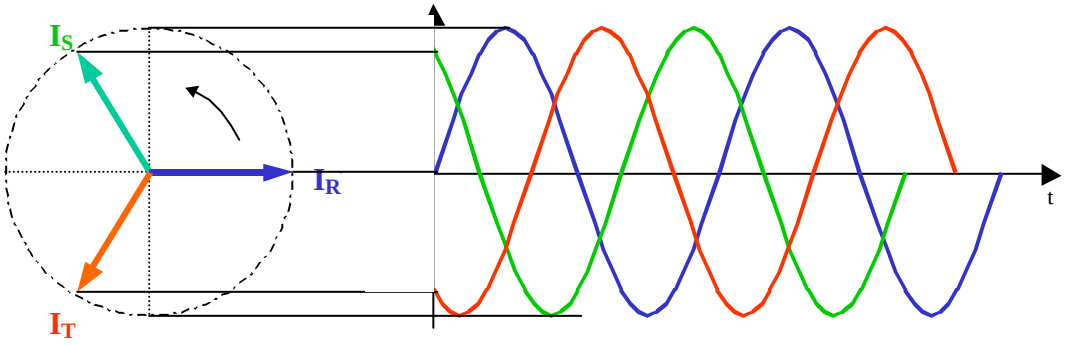


Figura 17

Fazendo agora passar as correntes (I_R, I_S e I_T) por impedâncias, surgirão tensões, que pelas mesmas razões referidas para a corrente monofásica, são também sinusoidais. Supondo que as impedâncias são resistivas e salvaguardando o factor de escala, teríamos o diagrama da figura 18, onde se representam as três correntes (a cheio) e as três tensões (a ponteado).

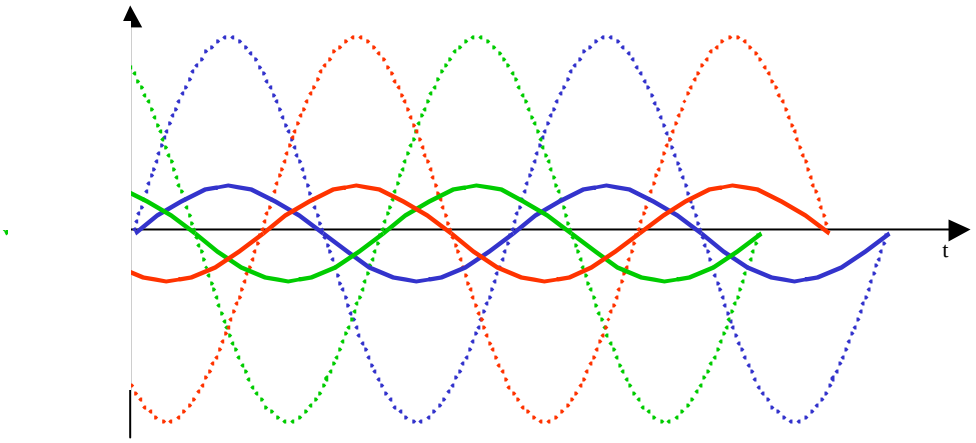


Figura 18

Pelas mesmas razões, apontadas para o sistema monofásico, se as impedâncias em cada fase não forem puramente resistivas, cada uma das correntes aparecerá desfasada da correspondente tensão, de um ângulo que é determinado pela relação entre a indutância (ou capacitância) e a resistência. Na figura 19 apresenta-se um exemplo, para uma impedância indutiva.

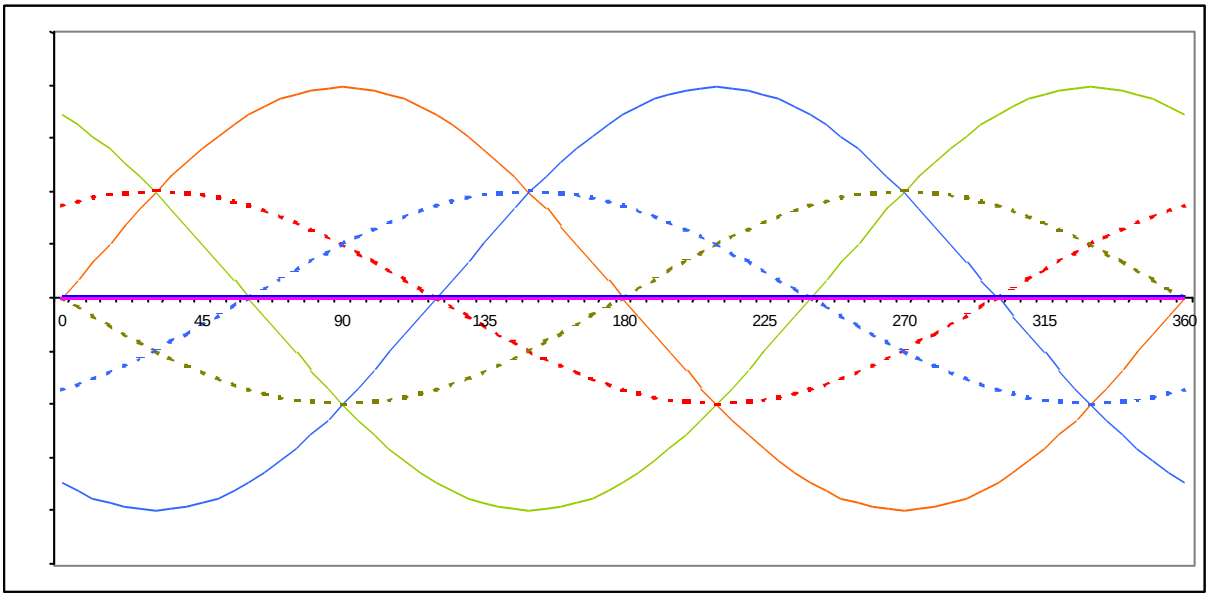


Figura 19

c. <u>A potência num sistema trifásico</u>

No caso da determinação de potências, mais uma vez tudo se passa, como foi referido anteriormente. Não se apresenta aqui um diagrama pois este viria demasiado sobrecarregado de curvas, o que diminuiria a sua legibilidade. Antes se apresentam as equações analíticas de cálculo das várias potências:

$$S = \sqrt{3} \cdot V_C \cdot I_L$$
$$P = \sqrt{3} \cdot V_C \cdot I_L \cdot \cos \boldsymbol{j}$$
$$Q = \sqrt{3} \cdot V_C \cdot I_L \cdot \sin \boldsymbol{j}$$

d. Formas de interligação das três fases nos sistemas trifásicos

Já foi referido que, nos sistemas trifásicos existem 3 tensões e 3 correntes simultâneas, dando-se, a cada uma, o nome de fase (R, S e T). Existem, basicamente, 2 formas de interligar essas três fases: em estrela e em triângulo.

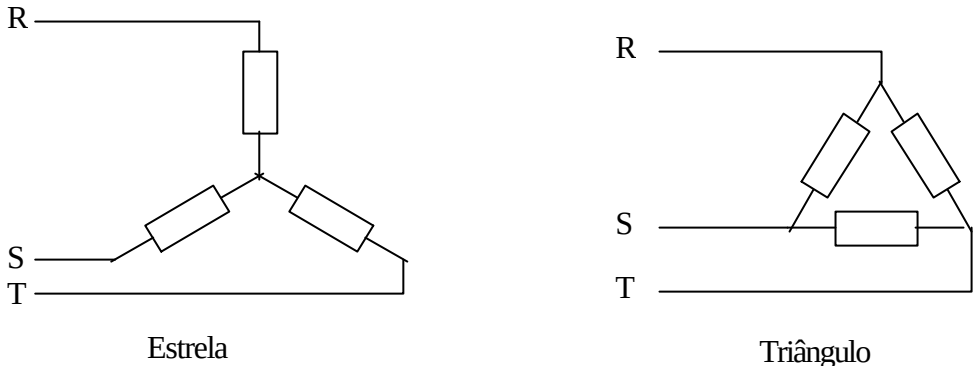


Figura 20

Para cada uma dessas formas, vamos definir tensões – compostas (entre duas fases) e simples (entre uma fase e um neutro) – e correntes – de linha e de fase.

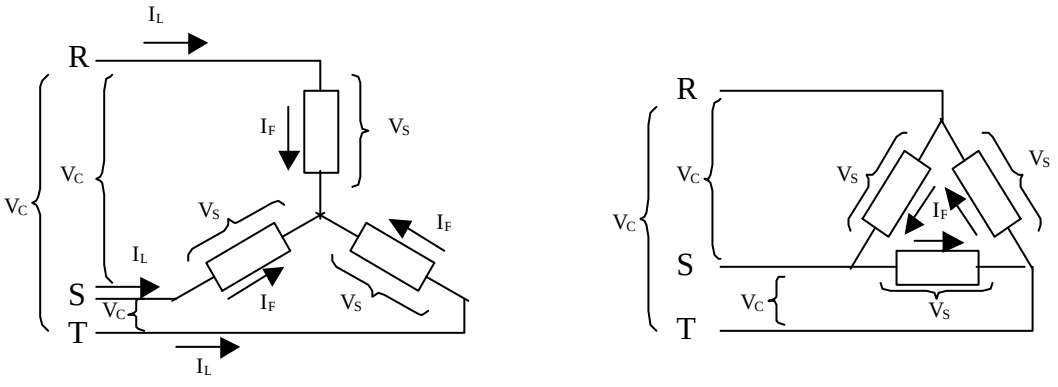


Figura 21

Da figura 20 podem retirar-se algumas conclusões:

- Na estrela, $I_L = I_F$
- No triângulo, $V_C = V_S$

- Na estrela, dado que a tensão composta V_C é aplicada simultaneamente a duas fases, então $V_C > V_S$
- No triângulo, como a corrente de linha se reparte simultaneamente por duas fases, então $I_L > I_F$

De facto, para as duas últimas conclusões, pode provar-se que $V_C = \sqrt{3} \cdot V_L$ e que $I_L = \sqrt{3} \cdot I_F$

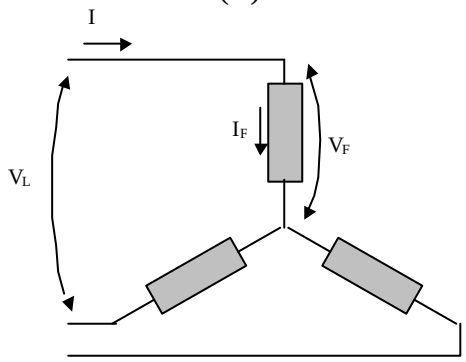
Uma última conclusão, que se demonstra seguidamente, é que a potência de um sistema trifásico é igual a três vezes a potência de uma única fase: $P_{3f} = 3 \times P_{1f}$.

Partindo da expressão da potência, neste caso a potência activa, para um sistema trifásico:

$$P_{3f} = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L \cdot \cos \boldsymbol{j}$$

e sabendo que as tensões e correntes, nos dois tipo de ligação dos sistemas trifásicos, são as seguintes:

Estrela (Y)



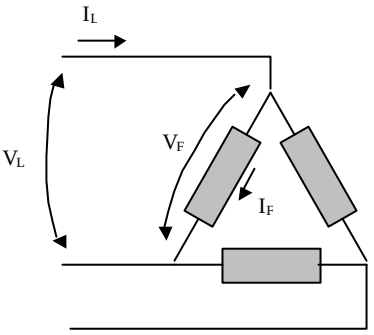
$$V_L = \sqrt{3} \cdot V_F$$

$$I_L = I_F$$

$$P_{3f} = \sqrt{3} \cdot \left(\sqrt{3} \cdot V_F\right) \cdot I_L \cdot \cos \boldsymbol{j}$$

$$= 3 \cdot V_F \cdot I_F \cdot \cos \boldsymbol{j}$$

Triângulo (D ou Δ)



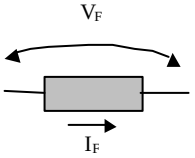
$$V_L = V_F$$

$$I_L = \sqrt{3} \cdot I_F$$

$$P_{3f} = \sqrt{3} \cdot V_F \cdot \left(\sqrt{3} \cdot I_F\right) \cdot \cos \boldsymbol{j}$$

$$= 3 \cdot V_F \cdot I_F \cdot \cos \boldsymbol{j}$$

$P_{3f} = 3 \cdot V_F \cdot I_F \cdot \cos \boldsymbol{j}$ como $V_F \cdot I_F \cdot \cos \boldsymbol{j} = P_{1f}$



então, segue-se que: $P_{3f} = 3 \times P_{1f}$

Isto é a potência, num sistema trifásico (Y ou D) é igual a três vezes a potência em uma das fases