| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Departamento** | *Matemática* | **Disciplina** | *Métodos Estatísticos* | | | | |
| **Curso** | *Engenharia Civil* | **Ano** | *1º* | **Semestre** | *2º* | **Ano Lectivo** | *2003/2004* |
| **Prova** | *Exame* | **Data** | *12 de Julho de 2004* | | | | |
| **Época** | *Normal* | **Duração** | *2h30m* | | **Sem Consulta** | | |

1. Uma vez avariado certo aparelho é insusceptível de reparação. A sua duração, em anos, é uma variável aleatória *X* com função densidade de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{10}x & se \quad 0 \le x < 2 \\ -\frac{2}{15}x + \frac{2}{3} & se \quad 2 \le x \le 5 \\ 0 & se \quad c.c. \end{cases}$$

a) Determine a função distribuição da variável aleatória *X*.

b) Qual a probabilidade de um aparelho durar entre 1 e 3 anos?

c) Dos aparelhos que se avariam durante o prazo de garantia (1ano), qual a percentagem dos que duram pelo menos 6 meses?

d) Das pessoas possuidoras de um destes aparelhos e que não avariam no prazo de garantia, 40% compram um segundo aparelho, enquanto que para aquelas cujo aparelho avaria no prazo de garantia esta proporção é de apenas 5%. Encontra-se uma pessoa a comprar um segundo aparelho. Qual a probabilidade de o seu primeiro aparelho ter avariado durante o prazo de garantia?

2. Admita-se que determinada caixa Multibanco é utilizada em média, 10 vezes por dia (das 9h às 19h) e que o número de utilizações é uma variável aleatória com distribuição de Poisson.

a) Determine a probabilidade de a caixa ser utilizada pelo menos 4 vezes entre as 14h e as 19h?

b) Calcule o valor esperado e a variância do número de utilizações semanais (7 dias) da caixa.

c) Qual é a probabilidade de, num trimestre (84 dias), se verificarem menos de 60 dias em que a caixa Multibanco foi utilizada pelo menos 4 vezes entre as 14h e as 19h.

3. Duas amostras independentes, obtidas de populações normalmente distribuídas, forneceram os seguintes resultados: $\bar{x}_1 = 33.2 \quad s_1^2 = 15.7 \quad n_1 = 13 \quad \bar{x}_2 = 37.9 \quad s_2^2 = 16.2 \quad n_2 = 16$

a) Teste se as variâncias das duas populações são significativamente diferentes, usando $\alpha = 0.05$.

b) A um nível de confiança de 90%, verifique se existe desigualdade entre as médias das duas populações. Suponha a igualdade de variâncias.

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Disciplina** | *Métodos Estatísticos* | **Data** | *12 de Julho de 2004* |
| **Prova** | *Exame* | **Época** | *Normal* |

4. O tempo total, em minutos, que uma determinada pessoa demora para ir de casa até ao emprego tem 3 partes:

$T_1$: tempo decorrido desde que sai de casa até apanhar o autocarro;

$T_2$: tempo que demora a viagem de autocarro;

$T_3$: tempo desde que sai do autocarro até chegar ao emprego.

As variáveis $T_1$, $T_2$ e $T_3$ são independentes e com distribuições $N\,(8, 2)$, $N\,(20, 4)$ e $N\,(6, 1)$, respectivamente.

a) Determine a probabilidade de:

i) a viagem de autocarro demorar mais de 15 minutos.

ii) o tempo total, desde casa até ao emprego, exceder 35 minutos;

i) a duração da viagem de autocarro ser superior a 2/3 do tempo necessário para ir de casa até ao emprego.

b) Suponha que a pessoa encontra um amigo à saída de casa e que o tempo, em minutos, da conversa tem uma distribuição normal de valor esperado 5 minutos. Calcule o valor do desvio padrão de modo a que, em pelo menos 90% dos casos, o tempo parado a conversar seja superior a 4 minutos.

5. Uma companhia de seguros pretende construir um modelo de regressão que lhe permita prever o número de acidentes automóveis que ocorrem mensalmente numa estrada. Para esse efeito resolveu analisar o seguinte modelo $Y = \beta_0 + \beta_1 X + E$ em que:

Y – número de acidentes ocorridos na estrada, por mês;

X – número de dias em que ocorre precipitação na estrada, por mês.

Com base nos valores observados durante 3.5 anos (42 meses) obtiveram-se os seguintes resultados:

$$\left(X^T X\right)^{-1} = \begin{bmatrix} 2.6182 & -0.0056 \\ -0.0056 & 0.0005 \end{bmatrix} \qquad \left(X^T X\right)^{-1}\left(X^T y\right) = \begin{bmatrix} -7.18 \\ 0.32 \end{bmatrix} \qquad SST = 252.4792 \quad SSE = 21.1385$$

a) Estime os parâmetros do modelo pelo método dos mínimos quadrados e indique a recta de regressão estimada.

b) Pode concluir-se que um aumento no número de dias em que ocorre precipitação implique um aumento significativo no número de acidentes ocorridos na estrada? Justifique, usando $\alpha = 0.01$.

c) Calcule o coeficiente de determinação e interprete o seu significado.