

---

<b>Departamento</b>	<i>Matemática</i>	<b>Unidade Curricular</b>	<i>Probabilidades e Estatística</i>				
<b>Curso</b>	<i>Engenharia do Ambiente</i>	<b>Ano</b>	<i>1º</i>	<b>Semestre</b>	<i>1º</i>	<b>Ano Lectivo</b>	<i>2007/2008</i>
<b>Prova</b>	<i>Exame</i>	<b>Data</b>	<i>11 de Fevereiro de 2008</i>				
<b>Época</b>	<i>Recurso</i>	<b>Duração</b>	<i>2h30m</i>	<b>Sem Consulta</b>			

---

1. Considere o espaço de resultados  $\Omega = \{A, B, C\}$  onde:

- $A$  é independente de  $B$  e de  $C$  ;
- $C$  é disjunto de  $B$  ;
- $P(A) = P(B) = p$  e  $P(C) = \frac{p}{2}$  .

Determine o valor de  $p$ .

2. Considere o número de gralhas por página cometidas por uma dactilógrafa com sendo uma variável aleatória  $X$  com distribuição de *Poisson* de variância 2.

- a) Determine  $E(X^2)$ .
- b) Calcule a probabilidade dessa dactilógrafa cometer menos de 5 gralhas por página.
- c) Supondo que são dactilografadas 70 páginas por dia, calcule a probabilidade de num dia serem cometidas entre 100 e 150 gralhas, inclusivé.
- d) Determine a probabilidade (exacta) de num livro de 105 páginas serem encontradas exactamente 10 com pelo menos 5 gralhas.

3. Numa população um inquérito feito a 400 pessoas escolhidas ao acaso com mais de 18 anos, permitiu concluir que 164 são proprietários da sua residência. O presidente da Junta de Freguesia afirma que mais de 40% das pessoas da população são proprietários da sua residência.

- a) Determine um intervalo de confiança a 98% para a proporção de pessoas desta população que são proprietários da sua residência. O que pode concluir?
- b) Verifique, ao nível de significância de 5%, se o presidente da Junta de Freguesia tem razão.

4. O director de uma empresa pretende estudar o possível efeito da localidade nas vendas de um determinado produto, e para isso realizou uma experiência, para a qual obteve os seguintes resultados:

**Unidade Curricular** *Probabilidades e Estatística*

**Data** *11 de Fevereiro de 2008*

**Prova** *Exame*

**Época** *Recurso*

Porto	20 15 25 15 10 12	$\bar{x}_1 = 16.17$	$s_1^2 = 30.04$
Coimbra	20 12 22 16	$\bar{x}_2 = 17.5$	$s_2^2 = 19.67$
Lisboa	17 13 13 14 8	$\bar{x}_3 = 13$	$s_3^2 = 10.5$

- a) Admitindo que as amostras são aleatórias e independentes e que as vendas seguem distribuição normal, verifique o pressuposto da igualdade das variâncias das vendas nas três cidades. ( $\alpha = 0.01$ )
- b) Que conclusões se podem tirar acerca do objectivo da experiência. ( $\alpha = 0.01$ )
- c) Suponha que, o director pretende seleccionar um de três programas de treinos de vendas. Os resultados obtidos com 120 vendedores após o treino foram os seguintes:

		Resultados		
		Insuficiente	Suficiente	Bom
Programa	A	6	25	9
	B	8	20	7
	C	10	30	5

Averigüe se o desempenho dos vendedores não é influenciado pelo programa de treino, justificando o procedimento adoptado. ( $\alpha = 0.05$ )

- d) Suponha ainda que, o director pretende desenvolver um sistema que identifique quais são os atributos pessoais essenciais para a progressão na carreira. Dos vendedores recentemente promovidos, seleccionaram-se aleatoriamente 15, os quais foram submetidos a testes para avaliar a capacidade de comunicação ( $X_1$ ), a habilidade para se relacionar com os outros ( $X_2$ ) e a habilidade para tomar decisões ( $X_3$ ).

A avaliação dos vendedores ( $Y$ ) está relacionada com as variáveis anteriores do seguinte modo:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \varepsilon.$$

Os dados recolhidos permitiram determinar:

$$SSR = 1148.51 \quad S^2 = 26.796 \quad (X^T X)^{-1} (X^T y) = [-39.590 \quad 0.144 \quad 1.252 \quad 0.683]^T$$

- i) Com base no modelo de regressão linear, verifique se pelo menos uma das variáveis consideradas exerce uma influência significativa na avaliação dos vendedores, usando um nível de significância de 5%.
- ii) Se tiver como objectivo aumentar a avaliação de determinado vendedor, aumentando em uma unidade uma das variáveis independentes, mantendo as restantes constantes, qual escolheria? Justifique a sua resposta.
- iii) Calcule o coeficiente de correlação e de determinação e interprete os seus valores.