INSTITUTO SUPERIOR POLITÉCNICO DE VISEU

ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA

Estatística Aplicada

Ano Lectivo 2006/2007 **Ficha n.º1**

1. O director comercial de uma cadeia de lojas pretende comparar duas técnicas de vendas, A e B, para o mesmo produto. Utilizando a técnica de venda A a quantidade de produto vendido por dia é em média de 816 Kg com um desvio padrão de 45 Kg. Adoptando a nova técnica de vendas B espera-se aumentar a quantidade de vendas diárias. Para testar tal hipótese registou-se a quantidade diária de vendas do produto durante 50 dias, obtendo-se um valor médio de 839 Kg.

a) Pode aceitar-se a hipótese ao nível de significância de 0.01?

b) Suponha que a média amostral observada nos 50 dias era de 800 Kg.

   i) Para o mesmo nível de significância qual seria agora a decisão a tomar?

   ii) Compare as probabilidades de ocorrência de erro tipo II, quando especificamos os valores μ=828 e μ=832 para a hipótese alternativa.

   iii) Na hipótese alternativa de μ=828 e para um nível de significância igual a 0.05, calcule o valor de β. Que conclusões pode tirar acerca da variação de β e α?

2. Um grupo de fiscais do IRS acredita que mais de 50% das declarações não têm os dados declarados correctamente. Se esta hipótese puder ser suportada estatisticamente, então um novo programa de inspecções será posto em funcionamento. Seja p a proporção de declarações com dados incorrectos. São testadas as declarações de 20 contribuintes seleccionados aleatoriamente.

a) Suponha que na amostra de 20 declarações foram encontrados 15 com dados incorrectos. Construa um teste de hipóteses adequado para um nível de significância de 0.06 e diga se o novo programa de inspecções será ou não posto em funcionamento.

b) Qual a probabilidade de H_0 não ser rejeitada sabendo que a verdadeira proporção de declarações com dados incorrectos é 0.7? E se essa proporção fosse de 0.8?

3. Um gestor de um franchising está interessado em alugar uma loja e é informado que a renda média na área é de 150 contos. Suponha que, para o tipo de zona em questão, é possível dizer que as rendas desse tipo têm distribuição aproximadamente normal com desvio padrão σ=10 contos. Foram registadas as rendas de 15 lojas seleccionadas aleatoriamente.

a) Suponha que para a amostra recolhida a renda média foi de 160 contos. O gestor está convencido de que o valor de 150 contos para a renda média está desactualizado. Terá o gestor razão? Justifique convenientemente a sua resposta, utilizando o teste adequado, a 2% de significância.

b) Com que probabilidade é dada razão ao gestor, sabendo que o verdadeiro valor da renda média é de 160 contos?

4. Sabe-se que a cotação de determinada acção no mercado de valores segue uma distribuição normal de média 0.127 u.m.. Com a finalidade de verificar se a acção se encontra "em alta" registou-se a cotação da acção durante 10 dias e obteve-se os valores 0.13, 0.12, 0.14, 0.15, 0.14, 0.15, 0.12, 0.13, 0.14 e 0.13 (em u.m.). Teste a hipótese da acção estar "em alta" ao nível de significância de 0.025.

5. Um agente de compras de um determinado supermercado, testou uma amostra aleatória de 100 latas de conserva na própria fábrica de enlatados. O peso líquido (em decagramas) encontrado em média por lata foi de 15.97 com s=0.15. O fabricante afirma que o peso líquido médio por lata era de 16. Pode esta afirmação ser rejeitada a um nível de significância de 10%?

6. Testaram-se dois tipo, A e B, de soluções químicas em relação ao ph (grau de acidez da solução). A análise de 40 amostras da solução A acusou ph médio de 7.52 com desvio padrão de 0.024, enquanto que a análise de 45 amostras da solução B acusou ph médio de 7.49 com desvio padrão de 0.032. Ao nível de significância de 0.05, teste a hipótese dos dois tipos de solução terem ph diferente.

7. Foi feito um estudo para estimar a diferença entre o tempo médio de exposição à radioactividade, de trabalhadores de uma determinada fábrica, nos anos de 1973 e 1979. Considere que os referidos tempos de exposição à radioactividade têm distribuição normal. Os dados baseados em amostras independentes de trabalhadores para os dois anos, foram os seguintes:

1973	**1979**
n_1=16	n_2=16
$\overline{x}_1$ =0.94 u.t.	$\overline{x}_2$ =0.62 u.t.
s_1^2 =0.04	s_2^2 =0.028

a) Teste a igualdade das variâncias ao nível de significância de 0.2.

b) Supondo que há de facto igualdade de variâncias, teste a igualdade das médias ao nível de significância de 0.05.

c) Há razões para admitir que o tempo médio de exposição à radioactividade em 1973 excede o de 1979 em mais de 0.1 unidades de tempo (u.t.)? (use α=0.01)

8. Uma empresa de consultodoria está a analisar duas cidades, A e B, em alternativa, para a implantação de um Centro Comercial regional. O rendimento familiar nas duas cidades é um elemento importante na tomada de decisão. Assim a empresa pretende testar a hipótese de que não existe diferença entre os respectivos rendimentos médios familiares. Para tal recolheu uma amostra de dimensão 9 para cada uma das cidades e verificou que o rendimento médio amostral da cidade A era

de 4 e o da cidade B de 3. Proceda ao ensaio pretendido para um nível de significância de 0.01, sabendo que a variância do rendimento familiar é 4 em ambas as cidades e que o rendimento é uma variável normal.

9. Consideremos os seguintes dados sobre amostras de duas populações:

	Agência A	**Agência B**
Tempo médio de resposta	4 h	6 h
Desvio padrão	1 h	1.2 h
nº de observações	32	35

a) Ao nível de significância de 0.01, teste a alegação (H_0) de que as duas agências têm a mesma taxa média de resposta.

b) Ao nível de significância de 0.01, teste a alegação (H_1) de que a média da agência B excede a média da agência A em mais de 1 hora?.

10. O director de um grupo empresarial pretende comparar as vendas de duas lojas, A e B, do grupo que se dedicam à comercialização do mesmo produto. O director acredita que as vendas da loja A são superiores às da loja B.

O quadro abaixo apresenta os resultados semanais (em dezenas de Euros), obtidos durante 12 semanas para loja A e 13 semanas para a loja B, relativamente ao número de vendas.

Loja A (X)	**Loja B (Y)**
123	70
134	118
146	101
104	85
119	107
124	132
161	94
107	100
83	124
113	158
129	95
97	65
	80

Considere que as variáveis aleatórias X e Y têm distribuição normal com variâncias desconhecidas mas iguais.

a) Acredita-se que para a loja A, a média semanal de vendas seja de 125 dezenas de Euros. Será plausível esta hipótese ao nível de significância de 0.01?

b) Teste ao nível de significância de 0.05 se as vendas médias na loja A são superiores às vendas na loja B.

11. Numa comparação de métodos de ensino, 40 crianças do pré-primário no grupo de controle montaram um quebra-cabeça num tempo médio de 3.2 minutos (s_X=0.5 min). As 45 crianças do grupo de teste, após verem um filme sobre resolução de quebra cabeças, completaram a mesma tarefa num tempo médio de 2.8 minutos, com s_Y=0.5 min.

a) Cabe um teste unilateral ou um teste bilateral? Porquê?

b) Que se pode concluir, ao nível de 0.05, sobre a eficiência do filme?

c) É preciso supor que os tempos de montagem do quebra-cabeça sejam normalmente distribuídos? Porquê?

d) É preciso admitir que as crianças tenham sido aleatoriamente distribuídas pelos grupos?

12. Considere: H_0: μ=20

H_1: $\mu \neq 20$

n=100 σ_X=10 α=0.05

Determine a P(erro tipo II) para:

a) μ=19

b) μ=22

13. Uma máquina está construída de forma a assegurar que a medida padrão das peças que produz tenha uma média igual a 4. Mas deseja-se também que a variabilidade dessa medida não ultrapasse uma unidade de medida (controle pelo desvio padrão). Sabe-se que a medida de uma peça produzida por aquela máquina segue uma distribuição normal. No último controle de qualidade, as 16 peças analisadas segundo a medida padrão revelaram uma média de 4, mas uma variabilidade de 1.102 unidades de medida. Será a diferença na variabilidade significativa ao nível 0.05? A que nível de significância se pode considerar a diferença na variabilidade significativa?

14. Duma população normal foi recolhida uma amostra de 30 elementos em que se obteve:

$$\sum_{i=1}^{30} x_i = 32 \qquad \sum_{i=1}^{30} x_i^2 = 344.38$$

Ensaie as hipóteses H_0:σ=0.866 contra H_1:$\sigma \neq 0.866$ para α=0.01 .

15. Foi feito um estudo para comparar dois tipos de acções, quanto à sua cotação. Considere que a cotação das acções tipo I e tipo II segue uma distribuição normal. Os dados baseados em amostras independentes foram os seguintes:

Tipo I	**Tipo II**
n_1=21	n_2=16
$\overline{x}_1$ =380 u.m.	$\overline{x}_2$ =370 u.m.
s_1^2 =100	s_2^2 =400

Teste a hipótese H_1 de que a variabilidade da cotação da acção de tipo II é maior que a variabilidade da cotação da acção de tipo I ao nível de significância de 0.1 .

16. O chefe da contabilidade de certa firma está preocupado com a grande quantidade de facturas em que detectou erros. Ele estima que mais de 20% são enviadas com algum tipo de erro. Foram seleccionadas 500 facturas aleatoriamente.

a) Suponha que na amostra de 500 facturas foram encontradas 130 com erros. Para α=0.01 diga se se deve concordar com a suposição feita.

b) Calcule a probabilidade de não ser dada razão ao chefe da contabilidade sabendo que a verdadeira proporção é de 0.25.

c) Calcule a probabilidade de ser dada razão ao chefe da contabilidade sabendo que a verdadeira proporção é de 0.3.

17. Uma determinada máquina produz 20% das peças especiais sendo as restantes normais, mas quando está desafinada começa a produzir 40% de peças especiais. Recolheu-se uma amostra aleatória de 15 peças com o intuito de saber se a máquina está desafinada e verificou-se que 4 delas eram especiais e 11 normais. Considere as duas hipóteses seguintes, onde p é a verdadeira proporção de peças especiais que está a ser produzida pela máquina:

$$H_0: p=0.2$$

$$H_1: p=0.4$$

a) O que pode concluir ao nível de significância de 6.5%?

b) Calcule o erro tipo II — β.

18. Um político afirma que 60% dos eleitores apoiam um projecto de lei que ele pretende apresentar. Para testar a sua afirmação, foram entrevistados 400 eleitores seleccionados aleatoriamente.

a) Sabendo que dos 400 eleitores 208 declararam apoiar o referido projecto, diga se pode concordar com a afirmação feita pelo político? Use α=0.05.

b) Qual a probabilidade de não ser rejeitada a afirmação do político sabendo que a verdadeira proporção é 0.55?

c) Qual a probabilidade de ser rejeitada a afirmação do político sabendo que a verdadeira proporção é de 0.5?

19. Numa sondagem, 60 das 200 pessoas inquiridas revelaram-se conhecedoras de determinado produto. Após uma campanha publicitária foi feito novo inquérito a 300 pessoas, das quais 111 se revelaram conhecedoras do produto. Pode considerar-se que, devido à campanha publicitária, o referido produto se tornou mais conhecido? Use α=0.05.

20. Numa repartição de finanças de determinada cidade, 62 de 450 contribuintes negligenciaram o pagamento de impostos, enquanto que noutra repartição da mesma cidade essa proporção foi de 40 em 500. Considera que a taxa de negligência é a mesma nas duas repartições da cidade? Use α=0.05.

21. Para se testar se a proporção de fumadores é a mesma em duas cidades universitárias, entrevistaram-se 200 estudantes em cada uma delas 36 dos estudantes da cidade A e 26 da cidade B declararam fumar. Poder-se-à concluir que a percentagem de fumadores nas duas cidades é a mesma? (Use α=0.05)

22. Seja X o Q. I. dos estudantes de uma escola A, com distribuição normal de média desconhecida e desvio padrão 18. Foi retirada uma amostra aleatória de 36 estudantes que revelou uma média de 106.

a) Um professor da escola A diz que o Q. I. médio dos estudantes é superior a 110. Para α=0.05 diga se pode concordar coma afirmação feita pelo professor.

b) Numa outra escola B onde o Q. I. dos estudantes também segue uma distribuição normal com média desconhecida e desvio padrão 10, foi recolhida uma amostra aleatória de tamanho 36 e o Q. I. médio obtido foi de 113.

i) Será de supor que na escola B os estudantes são mais inteligentes? (α=0.05)

ii) Suponha que na amostra aleatória da escola A, 4 dos alunos apresentavam um Q.I. superior a 110, e que na amostra da escola B 18 estavam nas mesmas condições. Um professor da escola B afirma que a proporção de alunos com Q.I. superior a 110 é maior na escola dele do que na escola A e que a diferença é superior a 0.1. Diga se pode concordar com a afirmação deste professor? (α=0.05)

23. Pensa-se que indivíduos canhotos têm mais força na mão esquerda do que na mão direita. Foram registados as forças, na mão direita e na mão esquerda, de 6 pessoas canhotas:

Pessoa

	1	2	3	4	5	6
Força na mão esquerda	140	90	125	130	95	121
Força na mão direita	138	89	126	128	92	122

Diga se os dados apoiam aquela hipótese. (Admita que são verificados todos os pressupostos que entenda serem necessários para responder a esta pergunta. Use α=0.05.)

24. Certo distribuidor ao comercializar um novo aditivo assegura que este faz reduzir substancialmente o consumo de combustível. Uma organização de automobilistas resolveu comprovar tal afirmação, para o que seleccionou 10 carros todos de modelos diferentes, que percorreram determinado troço nas mesmas condições, primeiro sem aditivo e depois com aditivo. Os consumos em litros foram os seguintes:

Sem aditivo	8.08	6.85	8.46	7.80	7.06	10.53	8.47	6.79	7.11	9.30
Com aditivo	7.71	6.72	8.42	7.76	6.70	10.34	8.42	6.21	6.83	9.29

Que se deve concluir para α=0.01? (Admita que são verificados todos os pressupostos que entenda serem necessários para responder a esta pergunta.)

25. Existindo reclamações por parte das associações de pais das escolas de uma cidade, relativamente ao tempo que os filhos demoram a fazer os trajectos casa-escola, utilizando os transportes públicos, a C. M. resolveu estudar a situação e propor itinerários alternativos. A tabela seguinte mostra os tempos, em minutos, que 12 autocarros demoraram a fazer os respectivos percursos, antes e depois da implementação dos novos itinerários:

Antes	26	25	32	41	28	33	41	33	42	31	36	40
Depois	31	23	30	28	28	37	40	24	50	32	31	31

Supondo que a diferença entre os tempos acima referidos se comportam de forma aproximadamente normal, diga se os novos itinerários resolvem o problema apresentado pelas associações de pais. (use α=0.05)

26. Dez indivíduos participaram num tratamento para perder peso. O peso dos indivíduos antes e depois do tratamento está registado na tabela seguinte. Há evidência de que em média este tratamento faz reduzir o peso em mais de 10 kilos? (Admita que são verificados todos os pressupostos que entenda serem necessários para responder a esta pergunta)

Indivíduo	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Antes	85	94	88	75	68	70	80	92	70	75
Depois	77	76	62	64	56	57	64	67	54	50

Use α=0.05.

27. O gabinete de marketing de uma cadeia de lojas pretende saber se uma determinada campanha promocional irá aumentar as vendas. Para isso selecciona 10 pares de lojas, cada par constituído por lojas com características idênticas (no tamanho, densidade populacional da área onde está integrada, vendas mensais médias, etc.). A campanha promocional é feita numa loja de cada par, sendo esta escolhida ao acaso. O que se pode concluir quanto á eficácia da campanha promocional? (α=0.0005)

Par	Vendas (em u. m.) (sem campanha promocional) x_1	Vendas (em u. m.) (com campanha promocional) x_2	Diferenças $d=x_1-x_2$
1	10.2	11.5	-1.3
2	11.5	14.56	-3.06
3	9.65	9	0.65
4	3.55	5.89	-2.34
5	21.1	20	1.1
6	7.85	14.7	-6.85
7	21.4	26.4	-5
8	12.65	11	1.65
9	27.3	30.4	-3.1
10	8.45	10	-1.55

(Admita que são verificados todos os pressupostos que entenda serem necessários para responder a esta questão)

28. O gerente da loja *CATEM* pretende reformular as regras para a linha de crédito da loja, mas para isso ele precisa de saber se a média mensal de compras não pagas é superior a 400 Euros. Para 40 meses escolhidos ao acaso os valores de compras não pagas foram os seguintes

443,8239	409,1613	468,0426	423,4559	413,2135	334,8719	453,1721	410,9703	381,1965	475,8606
391,8399	424,4863	422,5815	406,7007	484,6266	456,0201	347,3311	452,4545	468,2085	393,0513
387,6813	430,5948	511,5557	436,4551	377,3757	400,897	402,6052	378,2953	408,7834	478,5989
409,4928	431,1231	357,3936	468,3952	343,4648	424,4927	444,8588	403,1559	382,1191	404,7777

a) Verifique que a média e o desvio padrão da amostra anterior são, respectivamente, 418.58€ e 40.64€.

b) O que pode concluir o gerente ao nível de significância de 0.05?

Soluções da ficha de trabalho nº 1

1. a) R. C. = [830.8, +∞[(usando a estatística $\overline{X}$); valor observado da estatística de teste: 839; rejeitar a hipótese H_0.

   b) i) não rejeitar H_0.

   ii) β= 0.67 e β=0.4247, respectivamente.

   iii) β= 0.4052

2. a) R. C. ={14, 15, 16, 17, 18, 19, 20}; valor observado da estatística de teste: 15; rejeitar a hipótese H_0.

   b) β= 0.392 e β=0.0867, respectivamente.

3. a) R. C. = [155.32, +∞[(usando a estatística $\overline{X}$); valor observado da estatística de teste: 160; rejeitar a hipótese H_0.

   b) 0.9649

4. R. C. = [2.262, +∞[; valor observado da estatística de teste: 2.34; rejeitar a hipótese H_0.

5. R. C. =]- ∞, -1.64]∪[1.64, +∞[; valor observado da estatística de teste: -2; rejeitar a hipótese H_0.

6. R. C. =]- ∞, -1.96]∪[1.96, +∞[; valor observado da estatística de teste: 4.92; rejeitar a hipótese H_0.

7. a) R. C. = [0, 0.507]∪[1.97, +∞[; valor observado da estatística de teste: 1.43; não rejeitar a hipótese H_0.

   b) R. C. =]- ∞, -2.042]∪[2.042, +∞[; valor observado da estatística de teste: 4.9; rejeitar a hipótese H_0.

   c) R. C. = [2.457, +∞[; valor observado da estatística de teste: 3.37; rejeitar a hipótese H_0.

8. R. C. =]- ∞, -2.43]∪[2.43, +∞[(usando a estatística $\overline{X}_A - \overline{X}_B$); valor observado da estatística de teste: 1; não rejeitar H_0.

   R. C. =]- ∞, -2.576]∪[2.576, +∞[(usando a estatística Z); valor observado da estatística de teste: 1.0607; não rejeitar H_0.

9. a) R. C. =]- ∞, -2.576]∪[2.576, +∞[; valor observado da estatística de teste: -7.43; rejeitar H_0.

   b) R. C. =]- ∞, -2.326]; valor observado da estatística de teste: -3.72; rejeitar H_0.

10. a) R. C. =]- ∞, -3.106]∪[3.106, +∞[; valor observado da estatística de teste: -0.81; não rejeitar H_0.

    b) R. C. = [1.714, +∞[; valor observado da estatística de teste: 1.86; rejeitar H_0.

11. a) Teste unilateral

    b) R. C. = [1.645, +∞ [; valor observado da estatística de teste: 3.68; rejeitar H_0.

    c) Não, pois as amostras têm dimensão superior a 30.

d) Sim, pois as amostras devem ser aleatórias e independentes uma da outra.

12. a) β=0.83 b) β=0.484

13. R. C. = [25, +∞ [; valor observado da estatística de teste: 18.2; não rejeitar H_0.

    O menor nível de significância que permite considerar a diferença na variabilidade significativa é 0.25.

14. R. C. = [0, 13.1]$\cup$[52.3, +∞ [; valor observado da estatística de teste: 413.68; rejeitar H_0.

15. R. C. = [0, 0.543]; valor observado da estatística de teste: 0.25; rejeitar H_0.

16. a) R. C. = [2.326, +∞[; valor observado da estatística de teste: 3.354; rejeitar H_0.

    b) β=0.3336 c)1-β=0.9978

17. a) R. C. ={6, 7, 8,..., 15}; valor observado da estatística de teste: 4; não rejeitar H_0.

    b) β=0.4032.

18. a) R. C.=]-∞, -1.96]$\cup$[1.96, +∞[; valor observado da estatística de teste: -3.266; rejeitar H_0.

    b) β=0.4681 c) 1-β=0.9812

19. R. C.=]- ∞, -1.645]; valor observado da estatística de teste: -1.638 ou -1.616; não rejeitar H_0.

20. R. C.=]-∞, -1.96]$\cup$[1.96, +∞[; valor observado da estatística de teste: 2.946 ou 2.987; rejeitar H_0.

21. R. C.=]-∞, -1.96]$\cup$[1.96, +∞[; valor observado da estatística de teste: 1.385 ou 1.38157; não rejeitar H_0.

22. a) R. C.=[114.935, +∞[(usando a estatística $\overline{X}$); valor observado da estatística de teste: 106; não rejeitar H_0.

    b) i) R. C.=]-∞, -1. 645] (usando a estatística Z); valor observado da estatística de teste: -2.04; rejeitar H_0.

    b) ii) R. C.=]-∞, -1. 645]; valor observado da estatística de teste: -2.95; rejeitar H_0.

23. (amostras emparelhadas) R. C.=[2.015, +∞[; valor observado da estatística de teste: 1.46; não rejeitar H_0.

24. (amostras emparelhadas) R. C.=[2.821, +∞[; valor observado da estatística de teste: 3.44; rejeitar H_0.

25. (amostras emparelhadas) R. C.=[1.796, +∞[; valor observado da estatística de teste: 1.066; não rejeitar H_0.

26. (amostras emparelhadas) R. C.=[1.833, +∞[; valor observado da estatística de teste: 3.45; rejeitar H_0

27. (amostras emparelhadas) R. C.=[-∞, -4.781[; valor observado da estatística de teste: -2.32; não rejeitar H_0

28. b) R. C.=[1.6454, +∞[; valor observado da estatística de teste: 2.891; rejeitar H_0