

Nos exercícios que se seguem, e caso seja necessário, considere que os pressupostos necessários à aplicação da ANOVA são verificados.

1. Os dados da tabela abaixo referem-se às cotações de quatro grupos diferentes de acções. Pretende-se saber se há diferenças reais entre os quatro grupos de acções e caso haja quais os grupos que diferem significativamente. Admita que a variância na cotação é igual para os 4 grupos de acções.

	Grupos de acções			
Observações	1	2	3	4
1	15.1	14.9	15.4	15.6
2	15.0	15.2	15.2	15.5
3	14.9	14.9	16.1	15.8
4	15.7	14.8	15.3	15.3
5	15.4	14.9	15.2	15.7
6	15.1	15.3	15.2	15.7
Médias amostrais	15.2	15.0	15.4	15.6
Variâncias amostrais	0.088	0.04	0.124	0.032

a) Faça os testes adequados com nível de significância 0.05.

b) Represente os resultados numa tabela ANOVA.

2. Os salários médios por hora de mecânicos de automóvel foram objecto de estudo recente por um grupo de consumidores. A finalidade era determinar a eventual existência de diferenças entre 4 localidades, isto é pretende-se saber se há diferenças significativas entre os ordenados médios das 4 localidades e entre que localidades se verificam essas diferenças. Os dados constam do quadro abaixo. Faça os testes adequados ao nível de significância de 0.05, e construa a tabela ANOVA. Teste a igualdade de dispersão dos salários através do teste de Levene.

	Localidades			
Observações	A	B	C	D
1	6	12	11	9
2	9	11	8	7
3	9	10	12	10
4	6	8	9	10
5	5	9	10	9
Totais	35	50	50	45

3. Com o objectivo de comparar o preço da habitação em quatro cidades diferentes, seleccionaram-se aleatoriamente cinco casas que se encontravam à venda em cada uma das cidades e registraram-se os seus preços (em centenas de contos).

Cidade	Amostra de preços de casas					Médias amostrais	Variância amostrais
A	110	160	93	206	171	$\bar{x}_1=148$	$s_1^2=2126.5$
B	72	38	45	108	42	$\bar{x}_2=61$	$s_2^2=870$
C	88	66	112	47	52	$\bar{x}_3=73$	$s_3^2=727.5$
D	57	81	181	165	106	$\bar{x}_4=118$	$s_4^2=2852.5$

- a) Poder-se-á afirmar que a variância dos preços é igual nas quatro cidades? ($\alpha=0.05$)
b) Haverá evidência de que as quatro cidades diferem significativamente relativamente ao preço médio da habitação? Se sim diga quais as cidades onde as diferenças são significativas.

4. Uma organização de consumidores quis comparar o preço de um brinquedo particular em 3 tipos de lojas: hipermercados, bazares, e lojas de brinquedos. Seleccionaram-se aleatoriamente 4 hipermercados, 6 bazares e 5 lojas de brinquedos e os preços encontrados foram os seguintes:

Hipermercados	Bazares	Lojas de brinquedos
12	15	19
14	18	16
15	14	16
16	18	18
	18	15
	15	

Ao nível de significância de 0.01, diga de há evidência de uma diferença efectiva no preço médio entre os diferentes tipos de lojas indicando, neste caso, quais os preços médios que diferem significativamente (admita que a variância do preço do brinquedo é igual nos 3 tipos de lojas).

5. Um consumidor está interessado em determinar se há diferença real entre os tempos médios de reparo e devolução de um aparelho de TV em 5 oficinas diferentes. Foram recolhidas amostras aleatórias para cada oficina como se indica na tabela abaixo.

Oficina	Tamanho da amostra recolhida	Tempo médio amostral de reparo em dias	Desvio padrão da amostra
1	5	$\bar{x}_1=37$	$s_1=3$
2	4	$\bar{x}_2=40$	$s_2=4$
3	5	$\bar{x}_3=33$	$s_3=3$
4	6	$\bar{x}_4=20$	$s_4=6$
5	4	$\bar{x}_5=45$	$s_5=5$

- a) Poder-se-á concluir que a variância do tempo de reparo é igual nas 5 oficinas? (Use $\alpha=0.025$)
- b) Há diferenças significativas entre o tempo médio de reparo nas diferentes oficinas? Caso a resposta à pergunta anterior seja afirmativa indique os tempos médios que variam significativamente. (Use $\alpha=0.025$)

6. Para um fabricante de tecidos a tensão de rotura de uma fibra sintética é muito importante. O fabricante suspeita que a tensão de rotura está relacionada com a percentagem de algodão na fibra e encomendou um estudo a um estatístico. Para esse estudo foram considerados quatro níveis de percentagem de algodão: 15%, 20%, 25% e 30%. Para cada um destes níveis foram registados as tensões de rotura de cinco pedaços de fibra escolhidos aleatoriamente.

% de algodão	Observações					Médias amostrais	Variâncias amostrais
15%	7	7	15	11	9	9.8	11.2
20%	12	17	12	18	18	15.4	9.8
25%	14	18	18	19	19	17.6	4.3
30%	19	25	22	19	23	21.6	6.8

O estatístico conclui que a percentagem de algodão afecta a tensão de rotura, mas tal não é notório em fibras com pequenas diferenças na percentagem de algodão. Diga se concorda com o estatístico, justificando convenientemente a sua resposta. (Teste a igualdade de variâncias ao nível de significância de 0.05)

7. Doze lotes de terreno são divididos aleatoriamente em 3 grupos sendo aplicados aos primeiros 2 grupos os fertilizantes A e B respectivamente, enquanto que o 3º grupo é um grupo de controle, C, sem fertilizante. A tabela resultante da aplicação da análise de variância é a seguinte:

Fonte de Variação	Soma de Quadrados	graus de liberdade	Variância (soma média de quadrados)	Razão F
Entre grupos	(a)	(b)	(e)	(g)
Dentro dos grupos	156	(c)	(f)	
Total	468	(d)		

- a) Complete a tabela ANOVA preenchendo os espaços assinalados pelas letras de (a) a (g).
- b) Conclua se os fertilizantes influenciam ou não a produção. Use um nível de significância de 0.025.

8. De um estudo de mercado, cujo objectivo principal era detectar as diferenças de comportamento dos leitores dos 3 semanários (Expresso, Independente e Semanário), recolheram-se amostras aleatórias e independentes relativas ao tempo de leitura (em minutos) de cada leitor:

Expresso: amostra de tamanho $n_1=8$ $\bar{x}_1 = 93$
Independente: amostra de tamanho $n_2=6$ $\bar{x}_2 = 75$
Semanário: amostra de tamanho $n_3=6$ $\bar{x}_3 = 70$

Admita que a variância do tempo de leitura é igual para os 3 grupos de leitores.

A tabela resultante da aplicação da análise de variância é a seguinte:

Fonte de Variação	Soma de Quadrados	graus de liberdade	Variância (soma média de quadrados)	Razão F
Entre grupos	2092.2	(b)	(e)	(g)
Dentro dos grupos	(a)	(c)	(f)	
Total	5210.2	(d)		

- a) Complete a tabela ANOVA preenchendo os espaços assinalados pelas letras de (a) a (g).
b) Conclua se, nas populações de onde se retiraram estas amostras (leitores do Expresso, do Independente e do Semanário), os tempos médios de leitura de jornal são idênticos. Se não, diga quais diferem significativamente? (Use $\alpha=0.05$)

9. O Gestor de produção de uma determinada fabrica que tem 3 fornecedores da mesma matéria prima Z, quer passar a ter apenas um fornecedor dessa matéria prima. Para escolher um dos actuais fornecedores, A, B ou C o gestor de produção, recolhe várias observações da quantidade da matéria prima (em gramas) necessária para fabricar uma unidade de produto, quando a matéria prima é proveniente do fornecedor A, do fornecedor B e do fornecedor C. Os dados recolhidos são apresentados no quadro seguinte.

Matéria prima fornecida por A	Matéria prima fornecida por B	Matéria prima fornecida por C
12	15	19
14	18	16
15	14	16
16	18	18
	18	15
	15	
$\bar{x}_1=14.25$	$\bar{x}_2=16.333$	$\bar{x}_3=16.8$
$s_1^2=2.9167$	$s_2^2=3.4667$	$s_3^2=2.7$

O gestor de produção encarrega o seu acessor da escolha do fornecedor. O acessor, não querendo perder muito tempo com aquele assunto escolhe um fornecedor qualquer. Irá o acessor cometer um erro grave? (Teste a igualdade de variâncias ao nível de significância de 0.05)

10. Foram retiradas 4 amostras independentes de dimensões $n_1=31$, $n_2=15$, $n_3=20$ e $n_4=42$ de populações normais, a partir das quais se obtiveram os seguintes resultados:

$$s_1^2 = 5.47, \quad s_2^2 = 4.64, \quad s_3^2 = 11.47, \quad s_4^2 = 11.29$$

Poder-se-á concluir que as populações de onde se retiraram estas amostras têm igual variância? (Use $\alpha=0.05$)

11. Distribuíram-se aleatoriamente 3 grupos de crianças que tinham ao nascer aproximadamente o mesmo peso, para se investigar o aumento de peso (Kg) durante os primeiros seis meses de vida. Aos três grupos foram ministradas alimentações diferentes. Os resultados foram os seguintes:

Amostra 1	Amostra 2	Amostra 3
2.7	3.6	4.5
3.2	3.2	3.6
4.1	2.7	3.2
4.5	3.6	4.1
	4.1	3.2

- Poder-se-á concluir que nos 3 planos de dieta a variância do peso ganho é igual?
- As dietas utilizadas poderão considera-se diferentes? $\alpha=5\%$.

12. A produção diária de uma unidade fabril foi objecto de estudo, e assim três operários foram seleccionados para desempenhar certa tarefa. A produção desses três operários foi observada durante três períodos de um dia, e são os seguintes:

Período do dia	Operários			Médias
	1	2	3	
11h-12h	24	19	20	21
13h-14h	23	17	14	18
16h-17h	25	21	17	21
Médias	24	19	17	$\bar{\bar{x}}=20$

- Teste, ao nível de significância de 0.05, se os operários e os períodos de trabalho afectam a produção na fábrica. Apresente a tabela Anova.
- Caso existam diferenças significativas na produção média entre operários ou entre períodos de trabalho, identifique-as.

13. Considere o exercício nº7 da actual ficha, supondo agora que os 3 grupos de fertilizantes (A, B e o de controle C) são colocados em 4 solos com características diferentes.

A tabela resultante da aplicação da análise de variância a este problema é a seguinte:

Fonte de Variação	Soma de Quadrados	graus de liberdade	Variância (soma média de quadrados)	Razões F
Entre grupos Factor Fertilizante	(a)	(c)	(g)	(j)
Entre grupos Factor Solo	(b)	(d)	(h)	(l)
Residual	24	(e)	(i)	
Total	468	(f)		

a) Complete a tabela anterior, preenchendo os espaços assinalados pelas letras de (a) a (l), e faça uma comparação com os resultados obtidos no exercício 7.

b) Conclua se o tipo de solo influencia ou não a produção. Use um nível de significância de 0.025.

14. Os gestores de uma casa comercial observam, com preocupação, uma progressiva dificuldade em persuadir certos clientes a saldar as suas dívidas. Na tentativa de estudar uma política eficaz de gestão de clientes “difíceis”, o responsável por esta área decidiu realizar uma experiência que envolvia três procedimentos distintos:

A: Enviar a habitual carta com a mensagem «Último Aviso»;

B: Tal como em **A**, mas com a mensagem impressa a vermelho;

C: Tal como em **B**, mas fazendo proceder o envio da carta por um telefonema efectuado pelo gestor de clientes difíceis.

Na experiência efectuada, a escolha do procedimento a adoptar para cada cliente foi aleatória. A experiência foi realizada durante um mês, tendo-se registado para cada um de 3 grupos de montantes em dívida, a percentagem de clientes que saldaram as suas contas no período de quinze dias após a expedição da carta. Os resultados obtidos apresentam-se na tabela seguinte:

		Procedimento		
		A	B	C
Montante em dívida (em contos)	<50	35%	46%	48%
	50-150	30%	42%	48%
	>150	31%	38%	42%

Analise e interprete os resultados (use $\alpha=0.05$).

15. Uma certa empresa vende três tipos de *shampoos* : para cabelos secos, normais e oleosos. As vendas, em milhões de dólares, para 5 meses são dadas na tabela seguinte:

<u>Mês</u>	<u>Tipo de <i>shampoo</i></u>			$\bar{x}_{\cdot j}$	$(\bar{x}_{\cdot j} - \bar{\bar{x}})$
	Secos	Normais	Oleosos		
Junho	7	9	12	9.33	-0.87
Julho	11	12	14	12.33	2.13
Agosto	13	11	8	10.67	0.47
Setembro	8	9	7	8	-2.2
Outubro	9	10	13	10.67	0.47
$\bar{x}_{i\cdot}$	9.6	10.2	10.8	$\bar{\bar{x}} = 10.2$	
$(\bar{x}_{i\cdot} - \bar{\bar{x}})$	-0.6	0	0.6		

- a) Usando um nível de significância de 0.05, aplique a Anova para testar:
- i) se as vendas médias para os três tipos de *shampoos* são iguais;
 - ii) se as vendas médias são iguais nos meses considerados.
- b) Conclua se o tipo de *shampoo* e o mês influenciam as vendas dos *shampoos*.

16. Foram experimentadas cinco matérias-primas em três máquinas (M_1 , M_2 e M_3) no fabrico de um determinado componente para sapatos. Em cada máquina foi produzido um componente utilizando cada uma das matérias-primas. Ensaiou-se a longevidade desses componentes com os resultados que se apresentam na tabela seguinte:

	<u>Matéria-Prima</u>					$\bar{x}_{\cdot j}$
	1	2	3	4	5	
Máquinas						
M_1	56.7	45.7	48.3	54.6	37.7	48.6
M_2	64.5	53.4	54.3	57.5	52.3	56.4
M_3	56.7	50.6	49.5	56.5	44.7	51.6
$\bar{x}_{i\cdot}$	59.3	49.9	50.7	56.2	44.9	52.5

- a) Teste, ao nível de significância de 5%, se a longevidade dos componentes é influenciada pelo tipo de máquina e pelas matérias-primas.
- b) Existem diferenças significativas entre as cinco matérias-primas, em relação à longevidade média dos componentes? Se sim, entre que matérias? E nas máquinas?

17. É feito um estudo para investigar o efeito da temperatura e da humidade numa característica de um produto fabricado na empresa BOM MATERIAL. São considerados quatro níveis diferentes de temperatura (10°C, 15°C, 20°C e 25°C) e dois níveis de humidade (25% e 75%). Os dados obtidos estão registados na tabela seguinte.

		<u>Temperatura</u>								
<u>Humidade</u>		10°C		15°C		20°C		25°C		$\bar{x}_{\bullet j}$
	25%	40,36,41	39	39, 36, 33	36	32, 34, 30	32	33, 28, 26	29	34
	75%	36,34,29	33	30,26,25	27	25,23,24	24	20,22,18	20	26
	$\bar{x}_{i\bullet}$	36		31.5		28		24.5		$\bar{\bar{x}}=30$

Podemos concluir que a temperatura exerce um efeito significativo na propriedade estudada? Se sim quais os níveis de temperatura para os quais se registam diferenças significativas? E quanto à humidade?

18. O director geral de uma empresa fez um estudo sobre a perfeição na realização das tarefas desenvolvidas pelos empregados da empresa. Pretendia-se avaliar se a posição na hierarquia da empresa e a classe etária do empregado seriam factores de influência no grau de +perfeição com que o mesmo efectua as sua tarefas. Os resultados obtidos num teste desenvolvido para medir a perfeição estão registados na tabela seguinte.

		<u>Classe etária</u>						
<u>Posição</u> <u>hierárquica</u>		- 30 anos		30 a 45 anos		+ 45 anos		$\bar{x}_{\bullet j}$
	Quadro médio	6, 8	7	9, 10	9.5	12, 9	10.5	9
	Quadro superior	8.5, 9.5	9	11, 13	12	9.5, 14.5	12	11
	$\bar{x}_{i\bullet}$	8		10.75		11.25		$\bar{\bar{x}}=10$

O que pode concluir ao nível de significância de 5%?

19. Foi feito um estudo para determinar os efeitos do tipo de horário (factor A) e do método de pagamento (factor B) na atitude perante o trabalho. Foram considerados dois tipos de horário, e dois métodos de pagamento, havendo portanto quatro combinações possíveis de níveis do factor A com níveis do factor B. Quatro trabalhadores foram aleatoriamente atribuídos a cada uma daquelas quatro combinações. Depois de um mês de trabalho, os 16 trabalhadores envolvidos no estudo foram sujeitos a um teste de "atitude no trabalho", desenvolvido por um psicólogo da empresa. A tabela resultante da aplicação da ANOVA com dois factores aos resultados do teste foi a seguinte:

Fonte de Variação	Soma dos Quadrados (SS)	Graus de Liberdade	Variância (Soma Média dos Quadrados)	Razões F
Factor A	361	(d)	(i)	(k)
Factor B	(a)	(e)	(j)	(l)
Interacção	(b)	(f)	1	(m)
Residual	(c)	(g)	49	
Total	2394	(h)		

- a) Complete a tabela, preenchendo os espaços assinalados pelas letras de (a) a (m).
b) O que pode concluir deste estudo ao nível de significância de 0.05?

20. A empresa REAL Lda. produz bombons e o director desta empresa pretende saber se há uma diferença significativa no consumo de bombons numa estação quente e numa estação fria. O director da REAL Lda. está também interessado em analisar o comportamento do volume de vendas dos bombons na região norte do país, na região centro e na região sul. Os dados obtidos para este estudo estão registados na tabela seguinte (vendas em unidades monetária - u.m.).

Factor A - Estação

		Quente		Fria		$\bar{x}_{\cdot j \cdot}$
<u>Factor B</u> <u>Região</u>	Sul	66,78,65,71	70	91,80,100,89	90	80
	Centro	78,85,92,89	86	120,116,113,131	120	103
	Norte	101,109,97,89	99	116,94,107,103	105	102
	$\bar{x}_{i \cdot \cdot}$	85		105		$\bar{\bar{x}} = 95$

O que pode concluir ao nível de significância de 5%?

21. Numa determinada experiência pretende-se estudar o efeito de três marcas de óleos lubrificantes bem como de três marcas de carros, sobre o rendimento de motores. Proceda à análise dos dados.

Marca de Óleo	Marca de Carro		
	Porsche	Ferrari	Lotus
Shell	160	175	165
	165	190	170
	170	200	175
Mobil	175	185	175
	190	210	160
	200	200	180
Galp	150	180	185
	145	190	192
	140	175	169

Soluções da ficha de trabalho n.º 2

1 a) R.C.=[3.1, $+\infty$], $F_{\text{obs}}=5.7$, rejeita-se H_0 .

Teste HSD de Tuckey: rejeita-se a hipótese $H_0: \mu_2=\mu_4$.

b) Tabela ANOVA

Fonte de variação	Soma de quadrados	g.l.	Variância	Razão F
Entre grupos	1.206	3	0.402	5.7
Dentro grupos ou residual	1.42	20	0.071	
Total	2.626	23		

2. R.C.=[3.24, $+\infty$], $F_{\text{obs}}=4$, rejeita-se H_0 .

Teste HSD de Tuckey: rejeitam-se as hipóteses $H_0: \mu_1=\mu_2$ e $H_0: \mu_1=\mu_3$.

Tabela ANOVA

Fonte de variação	Soma de quadrados	g.l.	Variância	Razão F
Entre grupos	30	3	10	4
Dentro grupos	40	16	2.5	
Total	70	19		

3. a) R.C.=[7.81, $+\infty$], $B_{\text{obs}}=2.332$, não se pode rejeitar a hipótese de igualdade de variâncias de preços nas quatro cidades.

b) R.C.=[3.24, $+\infty$], $F_{\text{obs}}=4.944$, rejeita-se H_0 .

Teste HSD de Tukey: rejeita-se a hipótese $H_0: \mu_1=\mu_2$ e $H_0: \mu_1=\mu_3$

Tabela ANOVA

Fonte de variação	Soma de quadrados	g.l.	Variância	Razão F
Entre grupos	24390	3	8130	4.944
Dentro grupos ou residual	26306	16	1644.125	
Total	50696	19		

4. R.C.=[6.93, $+\infty$], $F_{\text{obs}}=2.61$, não se rejeita H_0 .

Tabela ANOVA

Fonte de variação	Soma de quadrados	g.l.	variância	Razão F
Entre grupos	16.0481	2	8.024	2.61
Dentro grupos ou residual	36.8834	12	3.0736	
Total	52.9315	14		

5. a) R.C.=[11.1, $+\infty$], $B_{\text{obs}}=2.88$, não se rejeita a hipótese da igualdade de variâncias.

b) R.C.=[3.56, $+\infty$], $F_{\text{obs}}=23.465$, rejeita-se H_0 .

Teste de Scheffé: rejeitam-se as hipóteses $H_0: \mu_1=\mu_4$, $H_0: \mu_2=\mu_4$, $H_0: \mu_3=\mu_4$, $H_0: \mu_3=\mu_5$ e $H_0: \mu_4=\mu_5$.

6. **Teste de Bartlett:** R.C.=[7.81, $+\infty$], $B_{\text{obs}}=0.929$, não se rejeita a hipótese H_0 de igualdade de variâncias dos quatro grupos populacionais.

ANOVA: R.C.=[3.24, $+\infty$], $F_{\text{obs}}=15.094$, rejeita-se H_0 .

Teste HSD de Tukey: rejeitam-se as hipóteses $H_0: \mu_1=\mu_2$, $H_0: \mu_1=\mu_3$, $H_0: \mu_1=\mu_4$ e $H_0: \mu_2=\mu_4$.

Tabela ANOVA

Fonte de variação	Soma de quadrados	g.l.	variância	Razão F
Entre grupos	363.4	3	121.1333	15.094
Dentro grupos ou residual	128.4	16	8.025	
Total	491.8	19		

7. a) (a)=312, (b)=2, (c)=9, (d)=11, (e)=156, (f)=17.333 e (g)=9.

b) R.C.=[5.71, +∞[, $F_{obs}=9$, rejeita-se H_0 .

8. a) (a)=3118, (b)=2, (c)=17, (d)=19, (e)=1046.1, (f)=183.41 e (g)=5.7.

b) R.C.=[3.59, +∞[, $F_{obs}=5.7$, rejeita-se H_0 .

Teste de Scheffé: rejeita-se a hipótese $H_0: \mu_1=\mu_3$.

9. **Teste de Bartlett:** R.C.=[5.99, +∞[, $B_{obs}=0.0661$ não se rejeita a hipótese H_0 de igualdade de variâncias.

ANOVA: R.C.=[3.89, +∞[, $F_{obs}=2.6$, não se rejeita H_0 .

10. R.C.=[7.81, +∞[, $B_{obs}=7.244$, não se rejeita a hipótese de que as quatro populações tenham igual variância.

11. a) R.C.=[5.99, +∞[, $B_{obs}=0.3158$, não se rejeita a hipótese de que a variância de peso ganho seja igual para os 3 planos de dieta.

b) R.C.=[3.98, +∞[, $F_{obs}=0.25$, não se rejeita H_0 .

Tabela ANOVA

Fonte de variação	Soma de quadrados	g.l.	variância	Razão F
Entre grupos	0.2	2	0.1	0.25
Dentro grupos ou residual	4.43	11	0.4	
Total	4.63	13		

12. a) Operários: R.C.=[6.94, +∞[, $F_{obs}=15.6$, rejeita-se H_0 .

Períodos do dia: R.C.=[6.94, +∞[, $F_{obs}=3.6$, não se rejeita H_0 .

Tabela ANOVA

Fonte de variação	Soma de quadrados	g.l.	variância	Razões F
Entre grupos do factor Operário	78	2	39	15.6
Entre grupos do factor Período do Dia	18	2	9	3.6
Residual	10	4	2.5	
Total	106	8		

b) **Teste HSD de Tukey:** Factor Operário - rejeita-se a hipótese $H_0: \mu_1=\mu_3$ e $H_0: \mu_1=\mu_2$

13. a) (a)=312, (b)=132, (c)=2, (d)=3, (e)=6, (f)=11, (g)=156, (h)=44, (i)=4, (j)=39 e (l)=11

b) R.C.=[6.6, +∞[, $F_{obs}=11$, rejeita-se H_0 .

14. Procedimento: R.C.=[6.94, +∞[, $F_{obs}=39$, rejeita-se H_0 .

Montante em dívida: R.C.=[6.94, +∞[, $F_{obs}=6.75$, não se rejeita H_0 .

Tabela ANOVA

Fonte de variação	Soma de quadrados	g.l.	variância	Razões F
Entre grupos do factor Procedimento	312	2	156	39
Entre grupos do factor Mont. em dívida	54	2	27	6.75
Residual	16	4	4	
Total	382	8		

Teste HSD de Tukey: Factor Procedimento - rejeitam-se as hipóteses $H_0: \mu_1=\mu_2$ e $H_0: \mu_1=\mu_3$.

15. a) i) R.C.=[4.46, $+\infty$], $F_{obs}=0.388$, não se rejeita H_0 .

a) ii) R.C.=[3.84, $+\infty$], $F_{obs}=1.71$, não se rejeita H_0 .

b) Não há evidência de que as vendas médias para os três tipos de shampoo sejam diferentes; assim como, também não há evidência de que as vendas médias para os meses considerados sejam diferentes. Então, podemos concluir que nem o tipo de shampoo nem o mês influenciam as vendas dos shampoos.

16. Matéria prima: R.C.=[3.84, $+\infty$], $F_{obs}=16.15$, rejeita-se H_0 .

Máquinas: R.C.=[4.46, $+\infty$], $F_{obs}=13.096$, rejeita-se H_0 .

Tabela ANOVA

Fonte de variação	Soma de quadrados	g.l.	variância	Razões F
Entre grupos do factor Mat. Prima	381.72	4	95.43	16.15
Entre grupos do factor Máquinas	154.8	2	77.4	13.096
Residual	47.28	8	5.91	
Total	583.8	14		

Teste HSD de Tukey:

Factor Mat. Prima - rejeitam-se as hipóteses $H_0: \mu_1=\mu_2$, $H_0: \mu_1=\mu_3$, $H_0: \mu_1=\mu_5$ e $H_0: \mu_4=\mu_5$;

Factor Máquinas - rejeitam-se as hipóteses $H_0: \mu_1=\mu_2$, $H_0: \mu_2=\mu_3$.

17. Interacção: R.C.=[3.24, $+\infty$], $F_{obs}=0.4138$, não se rejeita H_0 .

Temperatura: R.C.=[3.24, $+\infty$], $F_{obs}=20$, rejeita-se H_0 .

Humidade: R.C.=[4.49, $+\infty$], $F_{obs}=52.97$, rejeita-se H_0 .

Tabela ANOVA

Fonte de variação	Soma de quadrados	g.l.	variância	Razões F
Entre grupos do factor Temperatura	435	3	145	20
Entre grupos do factor Humidade	384	1	384	52.97
Interacção	9	3	3	0.4138
Residual	116	16	7.25	
Total	944	23		

Teste HSD de Tukey:

Factor Temperatura - rejeitam-se as hipóteses $H_0: \mu_1=\mu_2$, $H_0: \mu_1=\mu_3$, $H_0: \mu_1=\mu_4$ e $H_0: \mu_2=\mu_4$

18. Interacção: R.C.=[5.14, $+\infty$], $F_{obs}=0.0681$, não se rejeita H_0 .

Classe etária: R.C.=[5.14, $+\infty$], $F_{obs}=3.34$, não se rejeita H_0 .

Posição Hierárquica: R.C.=[5.99, +∞[, $F_{\text{obs}}=3.27$, não se rejeita H_0 .

Tabela ANOVA

Fonte de variação	Soma de quadrados	g.l.	variância	Razões F
Entre grupos do factor Classe Etária	24.5	2	12.25	3.34
Entre grupos do factor Pos. Hierárquica	12	1	12	3.27
Interacção	0.5	2	0.25	0.0681
Residual	22	6	3.667	
Total	59	11		

19. a) (a)=1444, (b)=1, (c)=588, (d)=1, (e)=1, (f)=1, (g)=12, (h)=15, (i)=361, (j)=1444, (k)=7.367, (l)=29.469, (m)=0.02.

b) Interacção: R.C.=[4.75, +∞[, $F_{\text{obs}}=0.02$, não se rejeita H_0 .

Factor A: R.C.=[4.75, +∞[, $F_{\text{obs}}=7.367$, rejeita-se H_0 .

Factor B: R.C.=[4.75, +∞[, $F_{\text{obs}}=29.47$, rejeita-se H_0 .

20. Interacção: R.C.=[3.55, +∞[, $F_{\text{obs}}=6.644$, rejeita-se H_0 .

Factor A: R.C.=[4.41, +∞[, $F_{\text{obs}}=40.678$, rejeita-se H_0 .

Factor B: R.C.=[3.55, +∞[, $F_{\text{obs}}=22.915$, rejeita-se H_0 .

Tabela ANOVA

Fonte de variação	Soma de quadrados	g.l.	variância	Razões F
Entre grupos do factor A	2400	1	2400	40.678
Entre grupos do factor B	2704	2	1352	22.915
Interacção	784	2	392	6.644
Residual	1062	18	59	
Total	6950	23		

Teste HSD de Tukey:

Factor B - rejeitam-se as hipóteses $H_0:\mu_1=\mu_2$ e $H_0:\mu_1=\mu_3$.

21. Interacção: R.C.=[2.93, +∞[, $F_{\text{obs}}=5.77$, rejeita-se H_0 .

Factor Marca de Carro: R.C.=[3.55, +∞[, $F_{\text{obs}}=13.21$, rejeita-se H_0 .

Factor Marca de Óleo: R.C.=[3.55, +∞[, $F_{\text{obs}}=6.85$, rejeita-se H_0 .

Tabela ANOVA

Fonte de variação	Soma de quadrados	g.l.	variância	Razões F
Entre grupos do factor Marca de Óleo	1302.296	2	651.1481	6.849
Entre grupos do factor Marca de Carro	2512.296	2	1256.148	13.212
Interacção	2195.704	4	548.9259	5.774
Residual	1711.333	18	95.07407	
Total	7721.63	26		

Teste HSD de Tukey:

Factor Marca de Carro – rejeitam-se as hipóteses $H_0:\mu_1=\mu_2$ e $H_0:\mu_2=\mu_3$;

Factor Marca de Óleo – não se rejeita a hipótese $H_0:\mu_1=\mu_2$.