

1. Considere o serviço de distribuição de encomendas descrito no exercício 13 de Distribuições de Probabilidades. Admita que numa grande cidade todos os 35 funcionários foram influenciados pelo novo sistema, isto é o número de encomendas deixadas em morada errada por funcionário, por mês, é Poisson com $\lambda=2$. O prejuízo por cada encomenda entregue na morada errada é 2 € Admita que há independência entre o desempenho dos vários funcionários.

- i) Determine o valor esperado do prejuízo total por mês naquela cidade.
- ii) Calcule a probabilidade de, num mês, o prejuízo total ser superior a 170 €

2. O número de golos marcados num jogo pela equipe de futebol o Futebolense é uma variável aleatória com distribuição de Poisson de valor médio 3.

- a) Qual a probabilidade de num jogo qualquer o Futebolense marcar no máximo 4 golos?
- b) O treinador do Futebolense fica satisfeito se, num jogo, a equipe marcar pelo menos n golos. Sabendo que a probabilidade de no final de um jogo o treinador ficar satisfeito é 0.8009, determine o valor de n .
- c) Sabendo que a próxima época é constituída por 40 jogos e admitindo que os jogos são independentes, calcule:
 - i) o número esperado de golos a marcar pelo Futebolense na próxima época;
 - ii) a probabilidade de na próxima época o Futebolense marcar pelo menos 90 golos.

3. Pretende-se medir uma piscina para verificar se o seu comprimento é ou não igual a 50 metros (as medidas olímpicas). Para isso utiliza-se um instrumento de medição que fornece valores que em média correspondem ao verdadeiro comprimento d da piscina e que vêm afectados de uma variância igual a 0.02 .

- a) Determine o nº de medições n a fazer ($n \geq 30$) de modo a que, ao tomar a média das n medições, a probabilidade do verdadeiro comprimento d diferir dessa média menos do que 0.01 metros, seja aproximadamente 0.95 .
- b) Suponha que fazemos 100 medições de comprimento. Sabendo que a probabilidade de que a média das 100 medições exceda 50 metros é 0.05, determine o valor do verdadeiro comprimento d da piscina.

4. As peças produzidas por uma fábrica são acondicionadas em caixas com 100 peças. As caixas vazias têm um peso de 4 Kg. Antes da expedição, as caixas são pesadas numa balança conveniente.

Tendo ocorrido uma avaria nessa balança utilizou-se, provisoriamente, uma outra cuja capacidade máxima é de 70 Kg.

Considerando o peso de cada peça uma variável aleatória com média 0.65 Kg e desvio padrão 0.05 Kg, calcule a probabilidade da pesagem não poder ser efectuada.

5. O conteúdo (em litros) de garrafas de óleo segue uma distribuição normal. Se $\mu=0.99$ litros e $\sigma=0.02$ litros, calcule a probabilidade de um conteúdo médio numa amostra de 16 garrafas seleccionadas ao acaso ser superior a 1 litro.

6. Uma substância radioactiva emite, em média 60 partículas α , em cada hora. Admite-se que o número de partículas α emitidas em determinado intervalo de tempo é uma variável aleatória com distribuição de Poisson. Durante 50 intervalos de 5 minutos, registou-se o nº de partículas emitidas. Qual a probabilidade da média da amostra obtida ser maior que 5,5 ?

7. Lança-se 144 vezes um par de dados assim numerados: 1,2,2,2,2,3. Calcule a probabilidade da soma dos produtos obtidos ser superior a 600.

8. A distribuição de pesos de uma população de 1000 estudantes tem valor médio de 70 Kg e desvio padrão de 4 Kg. Se se toma uma amostra de 100 estudantes qual é a probabilidade de que.

a) O peso total deles não exceda 6980 Kg?

b) o peso médio deles exceda 71 Kg ?

9. Um investigador deseja estimar a média de uma população, utilizando uma amostra suficientemente grande, de modo que seja de 0.9 a probabilidade da média amostral não diferir da média populacional mais de 20% do desvio padrão. Calcule o tamanho da amostra.

10. Os rolamentos de esferas de certa marca pesam em média 15 g com um desvio padrão de 0.6 g. Qual é a probabilidade do peso médio de 2 lotes de 1000 rolamentos cada um diferirem mais de 0.06 g?

11. Uma empresa tem 830 clientes e quer recolher uma amostra aleatória de tamanho 15. Descreva rapidamente como usaria uma tabela de números aleatórios para seleccionar os clientes para a amostra (para fazer a selecção comece na 6ª linha e na 14ª coluna e leia de cima para baixo usando apenas os primeiros algarismos de cada linha).

12. Uma lista contém 7000 nomes e endereços, numerados consecutivamente a partir de 1. Pretende-se seleccionar uma amostra aleatória de 25 nomes usando uma tabela de números aleatórios.

- a) Quantos algarismos devem ser lidos para cada nome?
- b) Qual o efeito sobre o seu trabalho se os 7000 nomes estivessem associados a números pares (2, 4, 6,...)?

13. Sabe-se que 5% dos parafusos fabricados por uma máquina são defeituosos, devendo ser refeitos. Use uma tabela de números aleatórios para simular 15 observações. Comece na 25ª linha e 1ª coluna e leia de baixo para cima, usando os 2 primeiros algarismos.

14. Os empregados de uma firma têm etiquetas de identificação numeradas consecutivamente de 101 a 873. Deve-se escolher um comité de 10 pessoas, seleccionadas aleatoriamente. Use a tabela de números aleatórios para escolher os números das etiquetas. Comece no início da 2ª coluna e leia de cima para baixo.

15. O quadro seguinte apresenta as faltas dos 100 trabalhadores de uma empresa.

Faltas (X)	Frequências absolutas	Frequências relativas
0	30	0.3
1	26	0.26
2	22	0.22
3	12	0.12
4	7	0.07
5	2	0.02
6	1	0.01

a) Usando uma tabela de números aleatórios recolha uma amostra aleatória de tamanho $n=5$ e estime o valor médio de faltas dos trabalhadores desta empresa usando a amostra que recolheu. Comece na 14ª linha e na 4ª coluna e leia da esquerda para a direita.

b) Qual o efeito sobre o seu trabalho se em vez de 100 trabalhadores a empresa tivesse 3 000? Admita que o quadro de frequências relativas se mantém.

SOLUÇÕES DOS EXERCÍCIOS PROPOSTOS E SUGESTÕES PARA A RESOLUÇÃO

1. a) 140 € b) 0.0367

Sugestões para a resolução: Considere as v. a.'s:

X_i ≡ “número de encomendas deixadas em morada errada pelo i -ésimo funcionário, num mês”

Y ≡ “número de encomendas deixadas em morada errada pelos 35 funcionários, num mês”.

Use o teorema limite central para obter a distribuição de Y .

2. a) 0.8153 b) $n=2$ c) i) 120 ii) 0.9969

Sugestão para a resolução: aplique o teorema limite central na alínea c).

3. a) $n=769$ b) $d=49.9767$

Sugestão para a resolução: Fazendo 100 medições de comprimento, dispomos de 100 variáveis aleatórias X_1, \dots, X_{100} , com a mesma distribuição, de média d e variância 0.02.

4. 0.0228

5. 0.0228

6. 0.0571

7. 0.01151. Sugestão: Considere as v. a.'s X_i ≡ “Produto obtido no i -ésimo lançamento de 2 dados”

8. a) 0.3085 b) 0.0062

9. $n=68$

10. 0.025

12. a) 4 b) teria de ler 5 algarismos de cada vez e desprezar os números ímpares.

13. A amostra recolhida contém 3 parafusos defeituosos

14. 150, 465, 483, 399, 729, 143, 368, 695, 409 e 611.

15. a) A estimativa para a média de faltas calculada a partir da amostra recolhida é 2.6.

b) Nenhum.