departamento de matemática	Escola Superior de Tecnologia de Viseu **Fundamentos de Estatística –** 2006/2007 Ficha nº 6

1. a) Determine o intervalo de confiança a 90% para a média de uma população normal de variância igual a 4, com base na amostra (9, 14, 10, 12, 7, 3, 11, 12).

   b) Qual deveria ser o nível de confiança a utilizar para que a amplitude do intervalo fosse de 2.77?

2. Suponhamos que foi extraída a seguinte amostra de uma população normal:

   3 4 5 5 6 6 8 8 9

   Determine um intervalo de confiança a 95% para a média.

3. A distância percorrida por um avião, desde o contacto com o solo até à imobilização total, é uma variável aleatória X com distribuição *normal*.

   Os valores para X, numa série de 31 aterragens, foram compilados e são apresentados de seguida (valores em 10^3 metros):

$$\sum_{i=1}^{31} x_i = 54.3 \quad ; \quad \sum_{i=1}^{31} x_i^2 = 95.57 \ .$$

   Determine um intervalo que contenha E(X) com um grau de confiança de 99%. Acha que é possível efectuar uma aterragem segura numa pista com menos de 1500 metros? Justifique.

4. Um fabricante produz peças de diâmetro especificado em 72 mm. Querendo estimar o verdadeiro diâmetro num grande lote a fornecer ao seu maior cliente, seleccionou 35 peças aleatoriamente, que depois de medidas forneceram os seguintes valores:

$$\sum x_i = 2530 \text{ mm} \qquad \sum (x_i - \overline{x})^2 = 384$$

   Apresente uma estimativa para o diâmetro médio no lote através de um intervalo de confiança a 99%.

5. Suponha que é gestor de uma fabrica de têxteis e quer estudar a resistência à rotura de dois tipos de fios utilizados no processo de fabrico. Da experiência adquirida com o trabalho nos dois tipos de fios, sabe que σ_1=5 unidades e σ_2=4 unidades.

   As amostras aleatórias de 20 testes efectuados a cada um dos dois tipos, resultou em $\overline{x}_1$=88 unidades e $\overline{x}_2$=91 unidades.

   Assuma que a resistência à rotura dos dois fios tem distribuição normal.

   a) Calcule um intervalo de confiança, a 90%, para a diferença entre as resistências médias à rotura dos dois tipos de fios.

   b) Há alguma evidência de que um dos tipos de fios tenha resistência média à rotura superior ao outro? Justifique.

departamento de matemática

6. Numa fábrica de automóveis existe uma secção destinada à produção de determinado tipo de peças, cujo comprimento deverá ser aproximadamente de 2.5 cm. A secção de controlo de qualidade da referida fábrica afirma que as peças apresentam comprimentos superiores aos exigidos.

Com o objectivo de avaliar a veracidade da afirmação proferida pela secção de controlo de qualidade, seleccionou-se ao acaso uma amostra de 26 peças na produção de um dia, tendo sido obtidos os resultados seguintes: $\sum_{i=1}^{26} x_i = 78$ $\sum_{i=1}^{26} (x_i - \overline{x})^2 = 13$

Admitindo a normalidade da população subjacente aos dados:

a) Construa um intervalo de confiança a 95% para o comprimento médio das peças. Terá a secção de controlo de qualidade razão?

b) Determine um intervalo de confiança para a variância do comprimento das peças, a 95% de confiança.

7. Certo equipamento de empacotamento automático, encontra-se regulado para encher embalagens de um quilo de certo produto. O seu deficiente funcionamento origina prejuízo para a empresa: se a maioria das embalagens tem peso inferior ao estabelecido, haverá reclamações por parte dos clientes e perda de prestigio; peso excessivo será por outro lado anti-económico. Aceita-se da experiência passada que o peso das embalagens se comporta normalmente com desvio padrão de 12 gramas. Para verificar a afinação do equipamento, seleccionaram-se em determinada altura, nove embalagens cujos pesos exactos (em gramas) foram anotados:

983 992 1011 976 997 1000 1004 983 998.

a) Construa um intervalo de confiança para μ, com os seguintes graus de confiança: 90%, 95% e 99%. Como varia a precisão do intervalo (a sua amplitude) com o grau de confiança escolhido?

b) Qual deverá ser o tamanho da amostra a recolher, para que o erro que se comete ao considerar o valor da média amostral como estimativa para a média da população, não seja superior a 1. (utilize λ=0.95).

8. Determine um intervalo com 95% de confiança para a resistência média à rotura de um certo tipo de cabos, considerando a população normal e sabendo que uma amostra de 300 cabos forneceu os seguintes resultados: $\overline{x}$ =112 Kg e s=8.5 Kg.

9. Numa amostra de dimensão 100 de um universo com desvio padrão igual a 10, obteve-se uma média de 100. Determine um intervalo de confiança para μ com amplitude de 4.652. Qual a percentagem de intervalos de confiança que não contêm o verdadeiro valor de μ?

departamento de matemática

10. Suponha que é gestor de uma empresa e está a chefiar a secção de pessoal. Você está interessado em saber como se comportam os trabalhadores relativamente à pontualidade. Apercebe-se que o tempo de atraso de um trabalhador solteiro, em minutos, é bem aproximado por uma distribuição normal de média μ e desvio padrão 3.

a) Sabendo que o tempo total de atraso de nove empregados, seleccionados aleatoriamente na população de empregados solteiros, foi de 230 minutos, construa um intervalo de confiança para μ, a 95% de confiança. Interprete o resultado obtido.

b) O atraso de doze empregados seleccionados aleatoriamente na população de empregados casados foi de 190 minutos. O tempo de atraso de um trabalhador casado segue também uma distribuição normal de desvio padrão 2.5. Baseando-se num intervalo de confiança adequado, a 95%, diga, justificando, se há razões para concluir que os solteiros se atrasam mais do que os casados.

11. Uma amostra de tamanho 25 tomada de uma população **A** normal, de desvio padrão 5, revelou uma média de 80. Uma segunda amostra de tamanho 36 tomada de outra população **B**, normal de desvio padrão 3 apresentou uma média de 75. Calcule um intervalo de confiança a 98% para a diferença das médias, μ_A-μ_B.

12. Pretende-se investigar o nível de remunerações de certa categoria profissional. Dentre os resultados obtidos, destacaram-se os seguintes (em unidades monetárias):

Amostra de 250 homens:	$\overline{x} = 33.8$	s^2=5.7
Amostra de 150 mulheres:	$\overline{x} = 31$	s^2=10.3

a) Através da construção de um intervalo de confiança a 96%, diga se será de aceitar a tese de que existe desigualdade entre os sexos no tocante ao nível de remuneração.

b) Resolva a alínea a) supondo que as variâncias populacionais são conhecidas, sendo 5.5 a variância do nível de remunerações dos homens, e 10 a variância do nível de remunerações das mulheres.

13. Numa experiência industrial, uma certa tarefa foi realizada de acordo com 2 métodos diferentes: método A e método B. Os dados que se seguem fornecem os resultados obtidos (tempos em minutos):

Método A	7.6	7.5	8.2	9.2	7.8	8.3	9.1	8.3	9.2	8.1	7.9	8.8
Método B	8.1	7.3	8.0	7.8	7.8	8.1	8.4	7.4	8.7	8.2	7.4	7.9

Sabendo que os tempos de execução da tarefa se comportam de forma aproximadamente normal com variâncias iguais, construa um intervalo de confiança a 95% para a diferença entre os tempos médios de execução da tarefa. Será de supor que um dos métodos é mais vantajoso?

14. O peso de componentes electrónicos produzidos por determinada empresa é uma v. a. que se supõe ter distribuição aproximadamente normal. Pretendendo-se estudar a variabilidade do peso dos referidos componentes, recolheu-se uma amostra de 11 elementos, cujos valores (em gramas) foram:

98	97	102	100	98	101	102	105	95	102	100

a) Apresente uma estimativa para a variância do peso dos componentes.

b) Construa um intervalo de confiança para a variância do peso, com um grau de confiança de 95%.

c) Construa um intervalo de confiança a 99% para o desvio padrão do peso.

15. Uma das operações efectuadas por motores a jacto envolve o corte de superfícies compostas por uma mistura de metais. Dois tipos de motores com processos diferentes de corte podem ser utilizados, dando ambos origem a superfícies de rugosidade média idênticas. No entanto, o Engenheiro responsável por este tipo de operações pretende seleccionar o motor cujo processo de corte origina menor variabilidade na rugosidade de superfície.

Uma amostra aleatória de 13 fragmentos cortados pelo primeiro motor resultou com um desvio padrão de rugosidade igual a 5.1 mm, e uma amostra aleatória de 16 fragmentos usando o segundo motor resultou num desvio padrão de 4.7 mm.

Assumindo que os processos de corte dos dois motores são independentes, e que a rugosidade de superfície é normalmente distribuída, diga, a 90% de confiança, qual o motor escolhido pelo Engenheiro.

16. Numa amostra aleatória de tamanho 25 extraída de uma população normal, determinou-se que:

$$\sum_{i=1}^{25}(x_i - \overline{x})^2 = 10.$$

Determine um intervalo de confiança a 95% para a variância.

17. O gestor de produção de uma fábrica de uma conhecida marca de cerveja está interessado em uniformizar o processo de enchimento das garrafas da referida cerveja. Em especial, pretende que o desvio padrão σ do processo seja inferior a 0.15 por cm^3; caso contrário haverá uma percentagem superior à desejável de garrafas mal enchidas. Assuma que o volume enchido é aproximadamente normal.

Uma amostra de 20 garrafas apresentou uma variância igual a 0.0153 por $(cm^3)^2$. Perante estes dados e usando técnicas estatísticas convenientes, acha que o gestor irá tomar alguma medida? (use λ=0.95)

18. Duas amostras aleatórias, independentes e retiradas de duas populações normais conduziram aos seguintes resultados: (75, 70, 60, 75) e (52, 60, 42, 58, 53). Construa um intervalo de confiança a 95%:

a) para o verdadeiro valor da variância da primeira população;

b) para o verdadeiro valor da variância da segunda população;

c) para a razão das variâncias das duas populações.

19. O director de vendas de uma grande empresa pretende comparar a actuação de dois dos seus vendedores. O vendedor A que trabalha há 31 meses, apresenta uma média mensal de vendas de 43.8 contos, com um desvio padrão de 8 contos. O vendedor B, que trabalha há 21 meses realizou um montante de vendas de valor médio mensal de 42.3 contos, com um desvio padrão de 6 contos. Estabeleça um intervalo de confiança a 90% para o quociente das variâncias das vendas de cada um dos vendedores, supondo que para cada um deles as vendas mensais seguem um distribuição normal.

20. O tempo que uma máquina demora para executar certa operação em cada peça produzida segue distribuição aproximadamente normal e está sujeito a variações. Para verificar se as condições de funcionamento estão dentro das normas, registou-se 12 vezes o referido tempo. Os resultados em segundos foram os seguintes:

29	33	36	35	36	40	32	37	31	35	30	36

a) Construa um intervalo de confiança a 95% para o tempo médio de execução da tarefa, pela máquina em análise.

b) Suponha que mais importante do que o tempo médio de execução da operação, é a variabilidade com que a máquina o faz. Construa com base na mesma amostra, um intervalo de confiança a 99% para o desvio padrão.

21. À saída do recinto da Expo'98 foi recolhida a opinião de 500 visitantes, escolhidos aleatoriamente, acerca do que tinham visto. Cerca de 70% afirmaram terem gostado muito, apesar do cansaço.
Com base nesta amostra, construa um intervalo de confiança a 99%, para a proporção de visitantes satisfeitos com a visita à Expo'98.

22. Um sistema de transportes para tentar prevenir a afluência de viaturas nas zonas centrais de uma cidade parece ser uma solução para os problemas de congestionamento de trânsito e de poluição atmosférica. A ideia consiste em disponibilizar parques de estacionamento periféricos associados a transportes públicos rápidos para as zonas onde se situam os locais de trabalho. Para medir a receptividade de um tal sistema, um inquérito a 1200 pessoas revelou que apenas 113 se mostrou favorável a este sistema de transporte. Pretendem-se conclusões que ofereçam 95% de confiança.

a) Entre que valores se situa a proporção de pessoas que pensam vir a utilizar o transporte oferecido? A câmara da cidade decidiu avançar com o projecto se mais de 30% das pessoas utilizar o novo sistema. Acha que o projecto vai avante? Porquê?

b) Utilize o resultado da alínea anterior, para indicar um intervalo de confiança a 95% para o número de pessoas que utilizarão o novo sistema de transportes, supondo que a cidade tem 10 mil habitantes.

c) Quantos pessoas devem de ser inquiridas para que o erro cometido na estimação da verdadeira proporção de pessoas que pensam vir a utilizar o novo sistema de transporte, seja menor do que 0.02?

23. Uma amostra de 50 capacetes de protecção, usados por condutores de motas e carros de alta competição, foram seleccionados aleatoriamente e sujeitos a um teste de impacto, e em 18 foram observados alguns danos.

a) Construa um intervalo de confiança, a 95%, para a verdadeira proporção p de capacetes que sofre danos com este teste. Interprete o resultado obtido.

b) Usando a estimativa de p obtida na amostra preliminar dos 50 capacetes, quantos capacetes devem de ser usados para ter 95% de confiança que o erro cometido na estimação do verdadeiro valor de p é menor que 0.02?

c) Com o objectivo de aumentar a segurança dos condutores novas investigações foram feitas e aquele tipo de capacete sofreu algumas alterações. 70 destes novos capacetes foram sujeitos ao mesmo tipo de teste de impacto dos quais 39 sofreram danos.

Acha que o objectivo pretendido foi alcançado? Justifique convenientemente a sua resposta (use λ=0.95).

24. Recolheu-se uma amostra aleatória de tamanho 200 numa cidade e verificou-se que nessa amostra existiam 120 fumadores.

a) Estime por um intervalo de confiança a 99%, a proporção de indivíduos fumadores nessa cidade.

b) Qual deverá ser o tamanho da amostra de modo a que, com confiança a 99%, $\hat{p}$ e p difiram no máximo de 0.01?

25. Uma amostra de 400 parafusos produzidos por determinada máquina revelou 30 defeituosos, enquanto que uma amostra de 200 unidades retirada da produção de outra máquina apresentou 10 parafusos defeituosos. Determine um intervalo de confiança a 99% para a diferença das proporções de peças defeituosas provenientes das duas máquinas.

26. Duas marcas de comprimidos, uma delas contendo aspirina, são anunciadas como fazendo desaparecer a dor de cabeça em tempo recorde. Foram feitas experiências com cada um deles, tendo os resultados (tempo em minutos) sido os seguintes:

Comprimido 1 (com aspirina)

9.6	9.4	9.3	11.2	11.4	12.1	10.4	9.6	10.2	8.8	13	10.2

Comprimido 2 (sem aspirina)

10.6	13.2	11.7	9.6	8.5	9.7	12.3	12.4	10.8	10.8

Tome por hipótese que os tempos referidos seguem distribuições aproximadamente normais, com variâncias iguais.

a) Obtenha uma estimativa pontual para a diferença entre os tempos médios que cada tipo de comprimido demora a fazer desaparecer a dor de cabeça.

b) Obtenha um intervalo de confiança a 95% e diga que conclusão pode tirar do resultado obtido.

27. Uma amostra aleatória de 100 eleitores de certo distrito eleitoral dá 55% como favoráveis a determinado candidato.

a) Construa um intervalo de confiança a 99% para a proporção global de eleitores favoráveis a esse candidato.

b) Supondo que só há dois candidatos, diga qual o tamanho da amostra necessário para termos 95% de confiança em que o candidato será eleito?

28. Um auditor de uma seguradora A pretende determinar a proporção de pedidos de baixa que são pagos em 2 meses. De uma amostra de 600 pedidos, 240 foram pagos em 2 meses.

a) Construa um intervalo de confiança a 99% para estimar a verdadeira proporção **p** de pedidos pagos em 2 meses.

b) Construa um intervalo de confiança para **p** com amplitude 0.0784. Se fossem recolhidas várias amostras de tamanho 600 e com cada uma delas determinado um intervalo de confiança para **p**, qual a percentagem de intervalos (aproximadamente) que não conteriam o verdadeiro valor de **p**?

c) Um auditor da seguradora B afirma que a sua seguradora apresenta maior proporção de pedidos pagos em 2 meses. De uma amostra de 800 pedidos de baixa feitos à seguradora B, 440 foram pagos por esta em 2 meses. Com 95% de confiança comente a afirmação do auditor da seguradora B.

departamento de matemática

SOLUÇÕES DE ALGUNS DOS EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. $[I.C._{\ 0.9}]_{\mu}=(8.5869,\ 10.913)$

2. $[I.C._{\ 0.95}]_{\mu}=(4.4627,\ 7.5378)$

3. $[I.C._{\ 0.99}]_{\mu}=(1.6975,\ 1.8065)$

4. $[I.C._{\ 0.99}]_{\mu}=(70.823,\ 73.749)$

5. a) $[I.C._{\ 0.9}]_{\mu_1-\mu_2}=(-5.355,\ -0.6449)$

b) Com 90% de confiança podemos afirmar que a resistência média do segundo fio, μ_2, é superior à do primeiro, μ_1.

6. a) $[I.C._{\ 0.95}]_{\mu}=(2.7087,\ 3.29)$

b) $[I.C._{\ 0.95}]_{\sigma^2}=(0.3202,\ 0.9924)$

7. a) $[I.C._{\ 0.9}]_{\mu}=(987.2,\ 1000.36)$

$[I.C._{\ 0.95}]_{\mu}=(985.94,\ 1001.62)$

$[I.C._{\ 0.99}]_{\mu}=(983.476,\ 1004.084)$

b) $n \geq 554$

8. $[I.C._{\ 0.95}]_{\mu}=(111.038,\ 112.96)$

9. $[I.C._{\ \lambda}]_{\mu}=(97.674,\ 102.326)$. Aproximadamente 2% dos intervalos não contêm μ.

10. a) $[I.C._{\ 0.95}]_{\mu}=(23.6,\ 27.52)$

b) $[I.C._{\ 0.95}]_{\mu_1-\mu_2}=(7.3094,\ 12.144)$. Com confiança de 95% podemos concluir que $\mu_1-\mu_2>0$, i.e., em média os solteiros atrasam-se mais do que os casados.

11. $[I.C._{\ 0.98}]_{\mu_1-\mu_2}=(2.4,\ 7.6)$

12. a) $[I.C._{\ 0.96}]_{\mu_1-\mu_2}=(2.177,\ 3.423)$

b) $[I.C._{\ 0.96}]_{\mu_1-\mu_2}=(2.187,\ 3.413)$

13. $[I.C._{\ 0.95}]_{\mu_1-\mu_2}=(-0.0386;\ 0.8486)$. Não se pode concluir que algum dos métodos seja mais vantajoso, pois, com 95% de confiança, a diferença $\mu_1-\mu_2\in(-0.0386;\ 0.8486)$, podendo portanto ser negativa, nula ou positiva. Por exemplo, se $\mu_1-\mu_2=0$, não há diferença entre os tempos médios, logo nenhum método tem vantagem sobre o outro.

14. a) $s^2 = 8$

b) $[I.C._{\ 0.95}]_{\sigma^2}=(3.9,\ 24.62)$

c) $[I.C._{\ 0.95}]_{\sigma}=(1.782,\ 6.086)$

15. $[I.C._{\ 0.9}]_{\sigma_1^2/\sigma_2^2}=(0.4748,\ 3.082)$. Com 90% de confiança a razão $\sigma_1^2/\sigma_2^2 \in(0.4748,\ 3.082)$, podendo portanto ser menor do que um, igual a um ou maior do que um. Então, não podemos afirmar que um dos motores corte as superfícies com menor variabilidade do que o outro.

16. $[I.C._{\ 0.95}]_{\sigma^2}=(0.2538,\ 0.8065)$

17. $[I.C._{0.95}]_{\sigma}$=(0.094, 0.18). Segundo o intervalo, obtido a 95% de confiança, o desvio padrão varia entre 0.094 cm^3e 0.18 cm^3, logo não podemos afirmar que o desvio padrão seja menor que 0.15, como o desejável.

18. a) $[I.C._{0.95}]_{\sigma_1^2}$=(16.04, 694.44)

b) $[I.C._{0.95}]_{\sigma_2^2}$=(17.658, 404.959)

c) $[I.C._{0.95}]_{\sigma_1^2/\sigma_2^2}$=(0.102, 15.46).

19. $[I.C._{0.9}]_{\sigma^2_1/\sigma^2_2}$=(0.8715, 3.432).

20. a) $[I.C._{0.95}]_{\mu}$=(32.15, 36.2)

b) $[I.C._{0.99}]_{\sigma}$=(2.035, 6.532)

21. $[I.C._{0.99}]_{p}$=(0.647, 0.753)

22. a) $[I.C._{0.95}]_{p}$=(0.0776, 0.1107)

b) $[I.C._{0.95}]_{1000p}$=(776, 1107)

c) $n \geq 820$.

23. a) $[I.C._{0.95}]_{p}$=(0.227, 0.493)

b) $n \geq 2213$.

c) $[I.C._{0.95}]_{p1-p2}$=(-0.3739, -0.0204). A diferença p_1-p_2 está entre -0.3739 e -0.0204, com 95% de confiança, logo a proporção p_1 é inferior a p_2, isto é, a proporção de capacetes que sofre danos com o teste é menor nos capacetes que não sofreram alterações. Podemos então concluir que os objectivos não foram alcançados.

24. a) $[I.C._{0.99}]_{p}$=(0.5108, 0.6892) ou (0.5089, 0.6911).

b) $n \geq 15926$.

25. $[I.C._{0.99}]_{p1-p2}$=(-0.027, 0.077).

26 a) $\overline{X}_1 - \overline{X}_2$=-0.53.

b) $[I.C._{0.95}]_{\mu1-\mu2}$=(-1.7, 0.69).

27. a) $[I.C._{0.99}]_{p}$=(0.4218, 0.678) ou (0.4212, 0.678).

b) $n \geq 380.3$ ou $n \geq 384$.

28. a) $[I.C._{0.99}]_{p}$=(0.348, 0.45) ou (0.347, 0.45).

b) $[I.C._{0.95}]_{p}$=(0.36, 0.4392) ou $[I.C._{0.9452}]_{p}$=(0.36, 0.4302).

c) $[I.C._{0.95}]_{pA-pB}$=(-0.2022, -0.0978) ou (-0.2029, -0.097).