



INSTITUTO POLITÉCNICO DE VISEU
ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA

Departamento *Matemática*

Unidade Curricular *Probabilidades e Estatística*

Curso *Engenharia do Ambiente*

Ano 2º

Semestre 1º

Ano Lectivo 2007/2008

Ficha n.º1: Probabilidades e Variáveis Aleatórias

1. Lançam-se ao acaso 2 moedas.
 - a) Escreva o espaço de resultados da experiência.
 - b) Descreva os acontecimentos elementares.
 - c) Represente os acontecimentos:
 $A = \{\text{sair uma face}\}$
 $B = \{\text{sair no máximo uma face}\}$
 $C = \{\text{sair pelo menos uma face}\}$

2. Lança-se ao acaso uma moeda 4 vezes e conta-se o número de faces obtidas. Escreva o espaço amostral da experiência.

3. Uma urna contém 10 bolas numeradas de 1 a 10 sendo 3 vermelhas (2,4 e 6), 5 azuis (1,3,7,9 e 10) e duas brancas (5 e 8). Considere a experiência aleatória que consiste na extracção de uma bola da urna (tenha em conta o nº e a cor da bola escolhida).
 - a) Construa o espaço de resultados associado a esta experiência aleatória.
 - b) Calcule a probabilidade de ocorrência dos seguintes acontecimentos:
 - i) sai bola vermelha;
 - ii) sai bola ímpar;
 - iii) sai bola vermelha e bola ímpar;
 - iv) sai bola vermelha e bola par;
 - v) sai bola ímpar ou bola branca;
 - vi) não sai nem bola azul nem bola par;
 - vii) não sai simultaneamente bola azul e bola par;
 - viii) sai bola branca mas não sai bola ímpar;
 - ix) sai bola branca ou bola par mas não ambas.

Unidade Curricular	<i>Probabilidades e Estatística</i>	Ano	2º	Semestre	1º	Ano Lectivo	2007/2008
---------------------------	-------------------------------------	------------	----	-----------------	----	--------------------	-----------

4. Sejam A_1 e A_2 dois acontecimentos tais que:

$$P(A_1|A_2) = 0.2, \quad P(\bar{A}_1|\bar{A}_2) = 0.4, \quad P(A_2) = 0.3$$

Calcule $P(A_2|A_1)$.

5. Num estudo de mercado foram inquiridas 500 pessoas de uma determinada cidade. O estudo de mercado tinha por objectivo recolher diversas informações sobre o comportamento do consumidor. Entre as questões do inquérito estava a seguinte:

“Gosta de fazer compras em Centros Comerciais?”

Foram entrevistados 240 homens e 260 mulheres. Responderam “Sim” à questão 136 homens e 222 mulheres.

Escolhendo uma pessoa ao acaso, definem-se os seguintes acontecimentos:

$A \equiv$ “A pessoa é homem”

$B \equiv$ “A pessoa é mulher”

$C \equiv$ “A pessoa gosta de fazer compras em Centros Comerciais”

- Qual é o complementar do acontecimento $D \equiv$ “A pessoa é homem e gosta de fazer compras em Centros Comerciais”?
- Calcule a probabilidade do acontecimento D .
- Calcule as seguintes probabilidades:

$$\text{i) } P(A \cup C) \quad \text{ii) } P(A \cap B) \quad \text{iii) } P(\bar{C}|A) \quad \text{iv) } P(\bar{B} \cap \bar{C}) \quad \text{v) } P(A \cup B \cup C)$$

6. Sendo $P(A) = 0.5$ e $P(A \cup B) = 0.7$ determine:

- $P(B)$ sendo A e B independentes;
- $P(B)$ sendo A e B mutuamente exclusivos;
- $P(B)$ sendo $P(A|B) = 0.5$.



INSTITUTO POLITÉCNICO DE VISEU
ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA

Unidade Curricular

Probabilidades e Estatística

Ano 2º

Semestre 1º

Ano Lectivo

2007/2008

7. Os valores admissíveis de uma variável aleatória discreta X são: 0, 1, 2. Sabe-se que $E(X)=0.8$ e que $E(X^2)=1.4$.

- Defina a função de probabilidade de X , f_X .
- Defina a função de distribuição de X .
- Calcule a probabilidade do acontecimento $\{X > 2\text{Var}(X) \mid 1 \leq X \leq 3E(X)\}$.

8. Apesar de todas as medidas de segurança, continua a haver acidentes na fábrica da “TêxteisCor S.A.”. Seja X o número de acidentes que ocorrem num mês nesta fábrica. A função de probabilidade de X é dada por:

x	0	1	2	3	4
$f_X(x)$	0.25	k	1	0.15	0.1

Determine:

- o valor de k e de l de modo a que o número esperado de acidentes num mês seja de 1.55;
 - a função de distribuição de X ;
 - a variância de X
 - a probabilidade de que, num mês:
 - ocorram pelo menos 2 acidentes;
 - ocorram exactamente 5 acidentes;
 - ocorram menos de 3 acidentes.
9. Seja $k \in \mathbb{R}^+$ e f a função real de variável real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq -1 \\ x+1 & \text{se } -1 < x \leq 0 \\ -\frac{2}{k}x+2 & \text{se } 0 < x \leq k \\ 0 & \text{se } x > k \end{cases} .$$

- Determine o valor de k para o qual f é a densidade de probabilidade de uma variável aleatória X .
- Mostre que $\{X > 12 E(X)\}$ é um acontecimento certo.
- Calcule $P[X \leq \frac{k}{2} \mid 0 < X < k]$.



INSTITUTO POLITÉCNICO DE VISEU
ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA

Unidade Curricular	<i>Probabilidades e Estatística</i>	Ano	2º	Semestre	1º	Ano Lectivo	2007/2008
---------------------------	-------------------------------------	------------	----	-----------------	----	--------------------	-----------

10. Uma caixa contém 5 parafusos defeituosos e 5 não defeituosos.

Extraem-se 2 parafusos. Determine a função de probabilidade e a função de distribuição da v.a. X: “Nº de parafusos não defeituosos obtidos”

- a) Supondo haver reposição.
- b) Supondo não haver reposição.

11. O director de compras da empresa “Baratinho”, pretende definir uma política de aquisição de matéria-prima para o próximo ano. As necessidades de matéria-prima por dia (em toneladas) são uma variável contínua com função densidade de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x/2 & 0 < x < k \\ 0 & \text{outros valores} \end{cases}$$

- a) Calcule k.
- b) Se se quiser que a probabilidade de ruptura da matéria-prima seja igual a 0.02, qual o nível de abastecimento que deve ser assegurado diariamente?
- c) Suponha que ele resolveu manter um nível de stocks que lhe assegure que a probabilidade de ruptura é de 0.02. A administração propôs-lhe dar-lhe um prémio de 10 unidades monetárias (u.m.) por cada dia em que não houvesse ruptura, mas cobrar-lhe uma multa de 500 u.m. sempre que tal se verificasse. Acha que é de aceitar? Justifique.



Unidade Curricular

Probabilidades e Estatística

Ano 2º

Semestre 1º

Ano Lectivo

2007/2008

Soluções da Ficha n.º1

1.a) $\Omega = \{FF, FC, CC, CF\}$

b) $\{FF\}, \{CC\}, \{FC\}$ e $\{CF\}$

c) $A = \{FC, CF\}, B = \{FC, CF, CC\}$ e $C = \{FC, CF, FF\}$

2. $\Omega = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

3 a) $\Omega = \{V \cap 2, V \cap 4, V \cap 6, A \cap 1, A \cap 3, A \cap 7, A \cap 9, A \cap 10, B \cap 5, B \cap 8\}$

b) i) 0.3 ii) 0.5 iii) 0 iv) 0.3 v) 0.6 vi) 0.1 vii) 0.9 viii) 0.1 ix) 0.5

4. 0.125

5.a) “A pessoa é mulher ou não gosta de fazer compras em centros comerciais.”

b) 0.272

c) i) 0.969 ii) 0 iii) 0.433 iv) 0.208 v) 1

6.a) 0.4

b) 0.2

c) 0.4

7.a) $f_X(x) = \begin{cases} 0.5 & \text{se } x = 0 \\ 0.2 & \text{se } x = 1 \\ 0.3 & \text{se } x = 2 \\ 0 & \text{outros valores} \end{cases}$ b) $F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0 \\ 0.5 & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ 0.7 & \text{se } 1 \leq x < 2 \\ 1 & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$ c) 0.6

8.a) $k = 0.3$ e $l = 0.2$ b) $F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0 \\ 0.25 & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ 0.55 & \text{se } 1 \leq x < 2 \\ 0.75 & \text{se } 2 \leq x < 3 \\ 0.9 & \text{se } 3 \leq x < 4 \\ 1 & \text{se } x \geq 4 \end{cases}$ c) 1.6475

d) i) 0.45 ii) 0 iii) 0.75

9.a) $k = \frac{1}{2}$ c) $\frac{3}{4}$

10.a) $f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} & \text{se } x = 0 \vee x = 2 \\ \frac{1}{2} & \text{se } x = 1 \\ 0 & \text{outros valores} \end{cases}$, $F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0 \\ \frac{1}{4} & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ \frac{3}{4} & \text{se } 1 \leq x < 2 \\ 1 & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$



INSTITUTO POLITÉCNICO DE VISEU
ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA

Unidade Curricular	<i>Probabilidades e Estatística</i>	Ano	2º	Semestre	1º	Ano Lectivo	2007/2008
---------------------------	-------------------------------------	------------	----	-----------------	----	--------------------	-----------

$$b) f_X(x) = \begin{cases} \frac{2}{9} & \text{se } x = 0 \vee x = 2 \\ \frac{5}{9} & \text{se } x = 1 \\ 0 & \text{outros valores} \end{cases}, \quad F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0 \\ \frac{2}{9} & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ \frac{7}{9} & \text{se } 1 \leq x < 2 \\ 1 & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$$

- 11.a) $k=2$ b) 1.72 toneladas c) Não deve aceitar