

Departamento *Matemática*

Unidade Curricular *Probabilidades e Estatística*

Curso *Engenharia do Ambiente*

Ano *2º*

Semestre *1º*

Ano Lectivo *2007/2008*

Folha Nº 6: Análise de Variância

Nos exercícios que se seguem admite-se que as populações são normais.

1. Os dados da tabela abaixo referem-se às cotações de quatro grupos diferentes de acções. Pretende-se saber se há diferenças reais entre os quatro grupos de acções e caso haja quais os grupos que diferem significativamente. Admita que a variância na cotação é igual para os 4 grupos de acções.

Observações	Grupos de acções			
	1	2	3	4
1	15.1	14.9	15.4	15.6
2	15.0	15.2	15.2	15.5
3	14.9	14.9	16.1	15.8
4	15.7	14.8	15.3	15.3
5	15.4	14.9	15.2	15.7
6	15.1	15.3	15.2	15.7
Médias amostrais	15.2	15.0	15.4	15.6
Variâncias amostrais	0.088	0.04	0.124	0.032

a) Faça os testes adequados com nível de significância 0.05.

b) Represente os resultados numa tabela ANOVA.

2. Com o objectivo de comparar o preço da habitação em quatro cidades diferentes, seleccionaram-se aleatoriamente cinco casas que se encontravam à venda em cada uma das cidades e registraram-se os seus preços (em centenas de contos).

Cidade	Amostra de preços de casas					Médias amostrais	Variância amostrais
A	110	160	93	206	171	$\bar{x}_1=148$	$s_1^2=2127.5$
B	72	38	45	108	42	$\bar{x}_2=61$	$s_2^2=870$
C	88	66	112	47	52	$\bar{x}_3=73$	$s_3^2=727.5$
D	57	81	181	165	106	$\bar{x}_4=118$	$s_4^2=2852.5$

a) Poder-se-á afirmar que a variância dos preços é igual nas quatro cidades? ($\alpha=0.05$)

Unidade Curricular

Probabilidades e Estatística

Ano 2^o

Semestre 1^o

Ano Lectivo

2007/2008

b) Haverá evidência de que as quatro cidades diferem significativamente relativamente ao preço médio da habitação? Se sim diga quais as cidades onde as diferenças são significativas.

3. Uma organização de consumidores quis comparar o preço de um brinquedo particular em 3 tipos de lojas: hipermercados, bazares, e lojas de brinquedos. Seleccionaram-se aleatoriamente 4 hipermercados, 6 bazares e 5 lojas de brinquedos e os preços encontrados foram os seguintes:

Hipermercados	Bazares	Lojas de brinquedos
12	15	19
14	18	16
15	14	16
16	18	18
	18	15
	15	

Ao nível de significância de 0.01, diga se há evidência de uma diferença efectiva no preço médio entre os diferentes tipos de lojas indicando, neste caso, quais os preços médios que diferem significativamente (admita que a variância do preço do brinquedo é igual nos 3 tipos de lojas).

4. Um consumidor está interessado em determinar se há diferença real entre os tempos médios de reparo e devolução de um aparelho de TV em 5 oficinas diferentes. Foram recolhidas amostras aleatórias para cada oficina como se indica na tabela abaixo.

Oficina	Tamanho da amostra recolhida	Tempo médio amostral de reparo em dias	Desvio padrão da amostra
1	5	$\bar{x}_1 = 37$	$s_1 = 3$
2	4	$\bar{x}_2 = 40$	$s_2 = 4$
3	5	$\bar{x}_3 = 33$	$s_3 = 3$
4	6	$\bar{x}_4 = 20$	$s_4 = 6$
5	4	$\bar{x}_5 = 45$	$s_5 = 5$

a) Poder-se-á concluir que a variância do tempo de reparo é igual nas 5 oficinas? (Use $\alpha=0.025$)

b) Há diferenças significativas entre o tempo médio de reparo nas diferentes oficinas? Caso a resposta à pergunta anterior seja afirmativa indique os tempos médios que variam significativamente. (Use $\alpha=0.025$)

Unidade Curricular *Probabilidades e Estatística* **Ano** 2^o **Semestre** 1^o **Ano Lectivo** 2007/2008

5. Doze lotes de terreno são divididos aleatoriamente em 3 grupos sendo aplicados aos primeiros 2 grupos os fertilizantes A e B respectivamente, enquanto que o 3^o grupo é um grupo de controle, C, sem fertilizante. A tabela resultante da aplicação da análise de variância é a seguinte:

Fonte de Variação	Soma de Quadrados	graus de liberdade	Variância (soma média de quadrados)	Razão F
Entre grupos	(a)	(b)	(e)	(g)
Dentro dos grupos	156	(c)	(f)	
Total	468	(d)		

- a) Complete a tabela ANOVA preenchendo os espaços assinalados pelas letras de (a) a (g).
 b) Conclua se os fertilizantes influenciam ou não a produção. Use um nível de significância de 0.025.

6. De um estudo de mercado, cujo objectivo principal era detectar as diferenças de comportamento dos leitores dos 3 semanários (Expresso, Independente e Semanário), recolheram-se amostras aleatórias e independentes relativas ao tempo de leitura (em minutos) de cada leitor:

Expresso: amostra de tamanho $n_1=8$ $\bar{x}_1 = 93$

Independente: amostra de tamanho $n_2=6$ $\bar{x}_2 = 75$

Semanário: amostra de tamanho $n_3=6$ $\bar{x}_3 = 70$

Admita que a variância do tempo de leitura é igual para os 3 grupos de leitores.

A tabela resultante da aplicação da análise de variância é a seguinte:

Fonte de Variação	Soma de Quadrados	graus de liberdade	Variância (soma média de quadrados)	Razão F
Entre grupos	2092.2	(b)	(e)	(g)
Dentro dos grupos	(a)	(c)	(f)	
Total	5210.2	(d)		

**Unidade
Curricular**

Probabilidades e Estatística

Ano 2^o

Semestre 1^o

**Ano
Lectivo**

2007/2008

- a) Complete a tabela ANOVA preenchendo os espaços assinalados pelas letras de (a) a (g).
b) Conclua se, nas populações de onde se retiraram estas amostras (leitores do Expresso, do Independente e do Semanário), os tempos médios de leitura de jornal são idênticos. Se não, diga quais diferem significativamente? (Use $\alpha=0.05$)

7. Foram retiradas 4 amostras independentes de dimensões $n_1=31$, $n_2=15$, $n_3=20$ e $n_4=42$ de populações normais, a partir das quais se obtiveram os seguintes resultados:

$$s_1^2 = 5.47, \quad s_2^2 = 4.64, \quad s_3^2 = 11.47, \quad s_4^2 = 11.29$$

Poder-se-á concluir que as populações de onde se retiraram estas amostras têm igual variância?
(Use $\alpha=0.05$)

Unidade Curricular *Probabilidades e Estatística* **Ano** 2^o **Semestre** 1^o **Ano Lectivo** 2007/2008

Soluções da ficha n.º 6

1 a) $s_p^2=0.071$ e $s_b^2=0.4$, R.C.=[3.1, +∞[, $F_{obs}=5.7$. Rejeita-se H_0 . **Teste HSD de Tuhey**: rejeita-se a hipótese $H_0: \mu_2=\mu_4$.

b) Tabela Anova

Fonte de variação	Soma dos quadrados	g.l.	Variância	Razão F
Entre grupos	1.206	2	0.402	
Dentro grupos	1.42	20	0.071	5.7
Total	2.626	23		

2. Não se pode rejeitar a hipótese de igualdade de variâncias de preços nas quatro cidades. $s_p^2=1644.375$ e $s_b^2=8130$, R.C.=[3.24, +∞[, $F_{obs}=4.944$, rejeita-se H_0 . **Teste HSD de Tukey**: rejeita-se a hipótese $H_0: \mu_1=\mu_2$.

Tabela Anova

Fonte de variação	Soma dos quadrados	g.l.	Variância	Razão F
Entre grupos	24390	3	10	
Dentro grupos	26310	16	1644.375	4.944
Total	50700	19		

3. $s_p^2=3.074$ e $s_b^2=8.0145$, R.C.=[6.93, +∞[, $F_{obs}=2.61$. Não se rejeita H_0 .

Tabela Anova

Fonte de variação	Soma dos quadrados	g.l.	variância	Razão F
Entre grupos	16.0481	2	8.024	
Dentro grupos	36.8834	12	3.0736	2.61
Total	52.9315	14		

4. a) Não rejeito a hipótese da igualdade de variâncias.

b) $s_p^2=19.7368$ e $s_b^2=463.125$, R.C.=[3.56, +∞[, $F_{obs}=23.465$. Rejeito H_0 . **Teste de Scheffé**: rejeitam-se as hipóteses $H_0: \mu_1=\mu_4$, $H_0: \mu_2=\mu_4$, $H_0: \mu_3=\mu_4$, $H_0: \mu_3=\mu_5$ e $H_0: \mu_4=\mu_5$.

Unidade Curricular	<i>Probabilidades e Estatística</i>	Ano	2º	Semestre	1º	Ano Lectivo	2007/2008
---------------------------	-------------------------------------	------------	----	-----------------	----	--------------------	-----------

5. a) (a)=312; (b)=2; (c)=9; (d)=11; (e)=156; (f)=17.3 e (g)=9.02.

b) $s_p^2=17.333$ e $s_b^2=156$ R.C.=[5.71, $+\infty$], $F_{obs}=9$. Rejeito H_0 .

6. a) (a)=3118; (b)=2; (c)=17; (d)=19; (e)=1046.1; (f)=183.41 e (g)=5.7.

b) $s_p^2=183.4$ e $s_b^2=1046$, R.C.=[3.59, $+\infty$], $F_{obs}=5.7036$. Rejeito H_0 . **Teste de Scheffé:** rejeito a hipótese $H_0: \mu_1=\mu_3$.

7. Não se rejeita a hipótese de que as quatro populações tenham igual variância