

Departamento *Matemática*

Unidade Curricular *Probabilidades e Estatística*

Curso *Engenharia do Ambiente*

Ano *2º*

Semestre *1º*

Ano Lectivo *2007/2008*

Folha Nº 7: Testes Não Paramétricos

1. A temperatura do rio Verde a montante (A) e a jusante (B), são medidas e registadas:

A	24.5	27.5	22.0	26.0	31.0		
B	16.0	14.0	25.0	24.0	21.0	31.5	

Verifique se existem diferenças significativas a montante e a jusante.

2. É medida a altura de determinada espécie de árvores com igual número de anos em duas localidades diferentes, A e B, pois há indicações de que X (altura da espécie na localidade A) é maior que Y (altura da espécie na localidade B). Foram recolhidas algumas amostras de modo aleatório, registando o seguinte:

X	8	14	11	9	10	12	
Y	7	5	10	6	10	11	8

Pretende-se verificar se as alturas são realmente distintas, i.e., se as duas populações de árvores têm a mesma altura média?

3. São extraídas duas amostras aleatórias e independentes do rendimento anual de duas regiões dos U.S.

Sul	6	10	15	29		
Pacífico	11	13	14	17	20	31

Será que a região Sul é mais pobre que a região do Pacífico?

4. Foram recolhidas duas amostras independentes dos vencimentos dos funcionários de uma determinada empresa do sexo do feminino e do sexo masculino. Será que o rendimento médio dos homens é superior ao rendimento médio das mulheres?

Homens	38	46	52	77		
Mulheres	14	18	25	36	45	48

Unidade Curricular

Probabilidades e Estatística

Ano 2^o

Semestre 1^o

Ano Lectivo

2007/2008

5. Duas amostras independentes de carros foram recolhidas, registando-se a quilometragem até avariar uma determinada peça K. Será que a marca A é mais resistente que a marca B?

Quilometragem efectuada até avariar a peça K ($\times 1000$)

Marca A	61	30	49	48	41			
Marca B	26	32	22	39	41	30	41	36

6. Determine se as vendas médias (em unidades monetárias) de dois armazéns são diferentes:

Armazém A	10.5	18.71	9.16	8.75	2.0	11.53	4.56	3.88	9.16	12.34	16.41	10.75
Armazém B	22.25	17.65	15.62	9.1	10.8	6.78	8.75	12.34	8.99	9.9		

7. Suponha que deseja comprovar a hipótese de que os indivíduos da direcção de determinado sector fabril, são tipicamente mais autoritários que aqueles que aspiram chegar à direcção e que os funcionários normais. Foi elaborado um estudo onde foi medido o nível de autoritarismo de cada um dos grupos:

Funcionários normais	Funcionários com aspirações directivas	Funcionários da direcção
96	82	115
128	124	149
83	132	166
61	135	147
101	109	

8. Compararam-se cinco marcas de lâmpadas fluorescentes para determinar se havia diferença entre as suas respectivas vidas médias. Teste tal hipótese ao nível de significância de 0.05.

Marca A	1010	905	989	859	910	1035	875	888
Marca B	690	850	924	856	915	734	799	700
Marca C	1203	978	918	816	992	1021	666	873
Marca D	752	709	717	921	761	991	809	981
Marca E	591	723	672	924	881	1038	604	704

Unidade Curricular

Probabilidades e Estatística

Ano 2^o

Semestre 1^o

Ano Lectivo

2007/2008

9. Num estudo de prevenção de acidentes obtiveram-se os tempos de reacção de várias categorias de motoristas. Existe diferença significativa entre eles?

Motorista de Táxi	Motorista de Autocarros	Motorista de camião
3.5	4.6	3.7
3.4	4.0	3.0
2.0	2.9	2.1
3.2	3.2	2.9
2.6	3.8	1.9
	4.5	3.6

10. Ao longo de um certo período de tempo registaram-se as chamadas telefónicas recebidas numa central, encontrou-se para o número de chamadas as seguintes frequências:

N.º de chamadas	0	1	2	3	4	5	6	7
N.º de dias	169	134	74	32	11	2	0	1

- a) Ajuste as frequências observadas a uma distribuição de Poisson.
- b) Supondo que a distribuição de Poisson ajustada era a verdadeira lei do processo que define o n.º de chamadas, qual seria a probabilidade de se registar, num dia qualquer, mais de duas chamadas telefónicas?

11. Uma pesquisa feita junto de 320 famílias, cada uma com cinco filhos, levou à distribuição abaixo representada. Tais resultados estarão de acordo com a hipótese de igual probabilidade de nascimento para ambos os sexos, ao nível de significância de 0.05?

N.º de meninos	5	4	3	2	1	0
N.º de famílias	18	56	110	88	40	8

12. Num controle de qualidade efectuado num supermercado, seleccionaram-se aleatoriamente 200 caixas com latas com latas de conserva e contaram-se, em cada uma delas, o número de latas em más condições. Obteve-se a seguinte distribuição:

N.º de latas em más condições	0	1	2	3	4
N.º de caixas	132	43	20	3	2

Verifique ao nível de significância de 0.01, se a variável aleatória $X \equiv$ "n.º de latas em más condições" está distribuída segundo uma lei de Poisson.

Unidade Curricular

Probabilidades e Estatística

Ano 2^o

Semestre 1^o

Ano Lectivo

2007/2008

13. Realize um teste de aderência para verificar se a distribuição das alturas de 100 estudantes do sexo feminino segue uma distribuição Normal. ($\alpha=0.05$)

Alturas	150-162	162-168	168-174	174-186
N.º de estudantes	16	2	40	22

14. Para o nível de significância de 0.05 verifique se a hipótese da distribuição Normal da v.a. X é concordante com a distribuição $N(12.63, 4.707^2)$:

x_i	5	7	9	11	13	15	17	19	21
n_i	15	26	25	30	26	21	24	20	13

15. Da produção de uma fábrica, seleccionaram-se 20 peças aleatoriamente e registou-se o comprimento de cada uma delas:

10.928	10.274	14.91	9.354	9.864
11.812	8.974	8.95	11.19	11.762
9.036	13.356	9.886	7.542	9.028
6.426	9.478	12.474	12.092	8.984

Serão os dados compatíveis com a hipótese de que se trata de uma amostra de uma população com distribuição $N(10,2^2)$? (Use $\alpha=0.1$)

- Utilize o teste de ajustamento do Qui-quadrado;
- Utilize o teste Kolmogorov-Smirnov.

16. Registaram-se as alturas de 80 árvores da mesma categoria, escolhidas aleatoriamente, obtendo-se os seguintes resultados:

Altura (em mt)	20	22	23	26	29	30	31	33	34
N.º de árvores	2	3	9	12	27	16	7	2	2

Ao nível de significância de $\alpha=0.1$ indique se será possível afirmar que as árvores provêm de uma população normalmente distribuída com $\mu=28$ e $\sigma^2=10$.

Unidade Curricular

Probabilidades e Estatística

Ano 2^o

Semestre 1^o

Ano Lectivo

2007/2008

17. Com o objectivo de verificar se o tipo de revestimento florestal tem influência sobre a severidade da erosão em certa região, fizeram-se observações em 350 pontos, com os resultados que se condensam na tabela seguinte.

Erosão	Revestimento Florestal		
	Vegetação Herbácea	Vegetação Arbustiva	Floresta
Severa	30	10	10
Moderada	50	30	20
Fraca	50	60	40
Desprezável	10	20	20

- a) Parece-lhe que os dados obtidos permitem extrair alguma conclusão relativamente ao objectivo acima indicado? (Use $\alpha=0.01$)
- b) Use as medidas que conhece para medir a intensidade de associação entre o tipo de erosão e o revestimento florestal.

18. Registam-se os dados do rendimento de 400 famílias do Norte e Sul de um país.

Região	Rendimento			
	0-5	5-10	10-15	>15
Norte	28	42	30	24
Sul	44	78	78	76

- a) Será que o rendimento familiar depende da região do país? (Use $\alpha=0.025$)
- b) Use os coeficientes de contingência, Tschuprow e Cramér para medir a intensidade de associação entre rendimento familiar e a região do país.

19. Com o objectivo de investigar sobre a educação das pessoas ao nível de Reciclagem, fez-se aleatoriamente um inquérito anónimo em quatro cidades A, B, C e D. O número de pessoas que responderam “Sim” ou “Não” à pergunta “Separa o Lixo?” está indicado na tabela a baixo.

	Cidade A	Cidade B	Cidade C	Cidade D
Sim	40	30	20	10
Não	50	60	60	70

Teste ao nível de significância de 0.01, se os atributos Sim e Não estão homogeneamente distribuídos pelas cidades.

Unidade Curricular	<i>Probabilidades e Estatística</i>	Ano	2º	Semestre	1º	Ano Lectivo	2007/2008
---------------------------	-------------------------------------	------------	----	-----------------	----	--------------------	-----------

20. A tabela de contingência do quadro seguinte resultou de uma investigação em que se decidiu estudar como 100 peças de cada um dos tipos de material reagem a um tratamento térmico.

	Material I	Material II	Material III
Completamente destruídas	25	45	40
Pequenos defeitos	40	35	20
Resistência perfeita	35	20	25

Será de admitir homogeneidade dos 3 materiais? (Use $\alpha=0.1$)

**Unidade
Curricular**

Probabilidades e Estatística

Ano 2^o

Semestre 1^o

**Ano
Lectivo**

2007/2008

Soluções da ficha n.º 7

1. Teste de Mann-Whitney. $T_{\text{obs.}}=37$, R.C.= $]-\infty, 6] \cup [24, +\infty[$. Rejeita-se H_0 .
2. Teste de Mann-Whitney. $T_{\text{obs.}}=54$, R.C.= $[33, +\infty[$. Rejeita-se H_0 .
3. Teste de Mann-Whitney. $T_{\text{obs.}}=18$, R.C.= $]-\infty, 2]$. Não se rejeita H_0 .
4. Teste de Mann-Whitney. $T_{\text{obs.}}=31$, R.C.= $[18, +\infty[$. Rejeita-se H_0 .
5. Teste de Mann-Whitney. $T_{\text{obs.}}=48.5$, R.C.= $[31, +\infty[$. Rejeita-se H_0 .
6. Teste de Mann-Whitney. $T_{\text{obs.}}=124$, R.C.= $]-\infty, 35] \cup [97, +\infty[$. Rejeita-se H_0 .
7. Teste de Kruskal-Wallis. $T_{\text{obs.}}=0.36$, R.C.= $[7.7914, +\infty[$. Não se rejeita H_0 .
8. Teste de Kruskal-Wallis. $T_{\text{obs.}}=8.302$, R.C.= $[9.24, +\infty[$. Não se rejeita H_0 .
9. Teste de Kruskal-Wallis. $T_{\text{obs.}}=4.9045$, R.C.= $[9.21, +\infty[$. Não se rejeita H_0 .
10. a) Teste: Qui-Quadrado. $\chi^2_{\text{obs.}}=10.24$, R.C.= $[9.49, +\infty[$. Não se rejeita H_0 .
b) 0.2642.
11. Teste: Qui-Quadrado. $\chi^2_{\text{obs.}}=11.9317$, R.C.= $[11.1, +\infty[$. Rejeita-se H_0 .
12. Teste: Qui-Quadrado. $\chi^2_{\text{obs.}}=9.1911$, R.C.= $[5.99, +\infty[$. Rejeita-se H_0 .
13. Teste: Qui-Quadrado. $\chi^2_{\text{obs.}}=6.3783$, R.C.= $[5.99, +\infty[$. Rejeita-se H_0 .
14. Teste de Kolmogorov-Smirnov. $d^*_{\text{obs.}}=0.1168$, R.C.= $[0.0962, +\infty[$. Rejeita-se H_0 .
15. i) Teste: Qui-Quadrado. $\chi^2_{\text{obs.}}=0.6995$, R.C.= $[9.21, +\infty[$. Não se rejeita H_0 .
ii) Teste de Kolmogorov-Smirnov. $d_{\text{obs.}}=0.1981$, R.C.= $[0.265, +\infty[$. Não se rejeita H_0 .
16. Teste de Kolmogorov-Smirnov. $d_{\text{obs.}}=0.3005$, R.C.= $[0.1364, +\infty[$. Rejeita-se H_0 .
17. a) Teste da independência. $\chi^2_{\text{obs.}}=25.504$, R.C.= $[16.8, +\infty[$. Rejeita-se H_0 .
b) Coeficiente de contingência: $C=0.261$
Coeficiente de Tschuprow: $T=0.172$
Coeficiente de Cramér: $V=0.191$.
18. a) Teste da independência. $\chi^2_{\text{obs.}}=5.81$, R.C.= $[9.35, +\infty[$. Não se rejeita H_0 .
b) Coeficiente de contingência: $C=0.1197$
Coeficiente de Tschuprow: $T=0.092$
Coeficiente de Cramér: $V=0.121$.
19. Teste de Homogeneidade. $\chi^2_{\text{obs.}}=22.239$, R.C.= $[11.3, +\infty[$. Rejeita-se H_0 .
20. Teste de Homogeneidade. $\chi^2_{\text{obs.}}=10.728$, R.C.= $[7.78, +\infty[$. Rejeita-se H_0 .