

Departamento: Matemática**Curso:** Gestão de Empresas e Gestão Comercial e da Produção**Prova:** Exame **Época:** Normal**Duração:** 2 horas e 30 minutos**Estatística II****Ano:** 2º **Semestre:** 2º**Ano Lectivo:** 2004/2005

13/ 07/2005 - 17 h 30 m

Sempre que não esteja especificado e caso necessário considere um nível de significância de 5%.

I

Um ecologista, ao pretender investigar o nível de poluição por mercúrio em determinado lago da região de Viseu, retirou aleatoriamente 10 peixes do referido lago e mediu a concentração de mercúrio nos mesmos. A amostra recolhida foi resumida no seguinte quadro:

Valores observados	4,1	3,4	3	3,9	2,5
Nº de observações	1	3	3	2	1

- (a) Usando $\alpha = 0,05$ verifique a normalidade da população. Use o teste mais adequado e justifique a sua escolha.
- (b) O ecologista considera que a média da concentração de mercúrio no lago é superior a 3. Teste a afirmação do ecologista usando $\alpha = 0,01$.
- (c) Para comparar o nível da concentração de mercúrio no lago da região de Viseu com o nível da concentração de mercúrio de um lago da região de Aveiro retirou-se uma amostra aleatória de 13 peixes do lago de Aveiro tendo-se obtido um desvio padrão de 0,5. Teste a igualdade das variâncias nos dois lagos, ao nível de significância de 0,2.

(Nota: Para responder às alíneas b) e c) admita a normalidade das populações)

II

Uma empresa do mercado imobiliário solicitou a uma empresa de estudos estatísticos, um modelo matemático que lhe permitisse fazer a simulação do preço de vendas (em milhares de euros) de escritórios (Y), em função da área (em m^2) dos mesmos (X_1) e da distância (em Km) ao centro financeiro da cidade onde se situam (X_2). A empresa de estudos estatísticos depois de ter solicitado à cliente uma amostra aleatória de tamanho 30, relativa às variáveis em causa, sugeriu um modelo da forma $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon$. Usando o método dos mínimos quadrados obteve-se $b_0 = 2$, $b_1 = 0.47$ e $b_2 = -0.3$, e ainda $SSE = 47$ e $SSR = 240$.

- (a) Comente a afirmação: “Aumentando a área dos escritórios, mantendo constante a distância ao centro financeiro de cidade, não aumenta em média o preço pois b_1 é menor do que um.”.
- (b) Calcule os coeficientes de correlação e determinação e interprete o seu valor. Avalie a qualidade do modelo.
- (c) Teste a hipótese nula de que nenhuma das variáveis independentes contribui para a explicação da variação em torno da média da variável dependente. (use $\alpha = 0,01$)
- (d) Devido à existência de um novo imposto sobre o mercado imobiliário, o preço de venda de todos os escritórios aumentou de 2000 euros. Escreva o novo modelo de regressão estimado.

III

Com o objectivo de averiguar se os apoiantes de dois clubes (Benfica e Porto) se distribuem de igual modo pelas diferentes regiões do país (Norte, Centro e Sul), seleccionou-se uma amostra de 315 adeptos e obteve-se os seguintes resultados:

	Benfica	Porto
Norte	21	25
Centro	100	106
Sul	41	22

- (a) Ao nível de significância de 2.5%, que conclusões retiraria?
- (b) Qual o menor nível de significância que lhe permitiria concluir que as preferências dos adeptos dependem da região do país?

IV

O director do Departamento de Marketing de uma empresa produtora de cerveja efectuou um teste para comparar a eficácia de quatro anúncios publicitários. O teste foi conduzido em cafés de grandes cidades e pequenas cidades. Admite-se que as vendas mensais de cerveja são normalmente distribuídas. O director pretende saber se há diferenças entre os dois aglomerados urbanos relativamente às vendas mensais da cerveja em causa e ainda, pretende analisar se o anúncio será um factor de influência nessas vendas. Para isso aplicou uma Análise da Variância aos dados recolhidos tendo obtido a seguinte tabela:

Fonte de variação	Soma dos quadrados	Graus de liberdade	Variância	Razões F
Entre grupos do factor Aglomerado Urbano	384	1	384	52,966
Entre grupos do factor Anúncio	435	3	145	20
Interacção	9	3	3	0,414
Residual	116	16	7,25	
Total	944	23		

Na tabela seguinte registam-se as médias amostrais observadas:

	Anúncio 1	Anúncio 2	Anúncio 3	Anúncio 4
Grandes cidades	39	36	32	29
Pequenas cidades	33	27	24	20

- (a) Verifique se existem diferenças relativamente às vendas médias dos quatro anúncios. Se existirem diferenças faça testes de comparação múltipla para verificar entre que anúncios se verificam essas diferenças. Que recomendações faria ao director de Marketing, que tem de tomar decisões urgentes relativamente ao anúncio a implementar? (use $\alpha = 0.05$)
- (b) Supondo que para as grandes cidades se tem um desvio padrão de 4 e para as pequenas cidades o valor correspondente é 3, utilize um teste paramétrico para testar a hipótese de as vendas médias de cerveja nas grandes cidades ser maior que as vendas médias de cerveja nas pequenas cidades. (use $\alpha = 0.05$)