

**Departamento:** Matemática**Estatística I****Curso:** Gestão Comercial e da Produção**Ano:** 2º **Semestre:** 1º**Prova:** Exame **Época:** Normal**Ano Lectivo:** 2005/2006**Duração:** 3 horas

24 / 01 / 2006 - 9h00m

**Justifique convenientemente todas as respostas!****Grupo I****4.20 valores**

O número de acidentes de trabalho, por semana, numa obra, é representado por uma variável aleatória  $X$  com distribuição caracterizada por  $P(X = 0) = 0.97$ ,  $P(X = 1) = 0.02$  e  $P(X = 2) = 0.01$ .

- a) Determine a média e a variância de  $X$ . (0.7)
- b) Seja  $Y = X_1 + X_2$  a variável aleatória que representa o número de acidentes de trabalho durante uma quinzena, onde as variáveis  $X_1$  e  $X_2$  têm a mesma distribuição que  $X$  e são independentes. Determine a função de probabilidade de  $Y$ . (1.8)
- c) Qual a probabilidade de a média de acidentes de trabalho num ano (52 semanas) ser superior a 0.05? Considere que o número de acidentes de trabalho é independente de semana para semana. (1.7)

(Nota: Se não respondeu à alínea a) considere que  $E(X) = 0.04$  e  $Var(X) = 0.0584$ .)

**Grupo II****5.90 valores**

O tempo (medido em unidades de 100 horas) que um estudante demora, por ano, em viagens de autocarro entre a sua casa e a escola, é uma variável aleatória contínua  $X$  com a seguinte função densidade:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{9}x(3-x), & \text{se } 0 \leq x \leq 3 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- a) Determine a função de distribuição de  $X$ . (1.5)
- b) Mostre que a probabilidade do referido tempo:
- ser inferior a 100 horas é  $\frac{7}{27}$ ; (0.4)
  - não ser superior a 200 horas é  $\frac{20}{27}$ . (0.4)
- c) Calcule a probabilidade de o referido tempo não exceder 100 horas, sabendo que é superior a 50 horas. (1.1)
- d) **Tendo em conta apenas os valores da alínea b)** o que pode afirmar acerca da probabilidade do referido tempo ser inferior a 150 horas? (0.6)
- e) Escolheram-se de forma independente 30 alunos. Qual a probabilidade de pelo menos 7 demorarem menos de 100 horas, por ano, em viagens de autocarro entre a sua casa e a escola? (1.9)

(V.S.F.F.)

**Prova:** Exame**Época:** Normal**Ano Lectivo:** 2005/2006**Disciplina:** Estatística I

24 / 01 / 2006 - 9h00m

**Grupo III****2.00 valores**

Numa grande empresa de computadores de Viseu estão a ser consideradas duas regras para decidir quando se aceita ou não uma grande encomenda de teclados:

- (A) Verifica-se uma amostra aleatória (com reposição) de 10 teclados e aceita-se a encomenda se nenhum dos teclados tiver defeitos.
- (B) Verifica-se uma amostra aleatória (com reposição) de 20 teclados e aceita-se a encomenda se não mais de 1 teclado tiver defeitos.

Considere que 20% dos teclados são defeituosos.

Sejam  $X_A$  e  $X_B$  o n.º de teclados com defeitos em 10 e 20 extracções respectivamente.

- a) Indique  $P(X_A = x_a)$ , para qualquer  $x_a$  real. (0.5)
- b) Determine o número de teclados, em 10, que se espera que tenham defeitos. (0.5)
- c) Qual das regras conduz a uma menor probabilidade de aceitar a encomenda ? (1.0)

**Grupo IV****3.20 valores**

Suponha que é gestor da empresa SALMOTRUTAS. Sabe-se que um viveiro tem 50 trutas e 150 salmões. De entre as trutas 5 são machos enquanto que 105 dos salmões são fêmeas.

- a) Se retirarmos um peixe ao acaso qual a probabilidade de encontrarmos um salmão macho? (0.5)
- b) Se retirarmos 15 peixes, sem reposição, qual a probabilidade de encontrarmos 8 ou 9 machos? (0.8)
- c) Suponha que cada truta fêmea produz descendência em número que pode ser descrito por uma variável de Poisson com parâmetro 1.8.
- i. Qual a probabilidade de cada truta fêmea ter menos de dois descendentes? (0.7)
- ii. Qual a probabilidade de a próxima geração de trutas ter mais do que 108 elementos? (1.2)

**Grupo V****4.70 valores**

No sentido de avaliar o desempenho dos empregados admitidos no último mês o gestor da empresa TRABALHATUDO seleccionou aleatoriamente 20 desses empregados e registou o n.º de ferramentas produzidas ao longo de um dia de trabalho. Os resultados obtidos encontram-se registados no quadro seguinte:

<b>número de ferramentas</b>	1	2	3	4
<b>número de empregados</b>	2	7	3	8

- a) Determine um intervalo com 99% de confiança para a variância do número de peças produzidas num dia pelos novos empregados, admitindo a normalidade desta variável. (1.5)
- b) Com base num intervalo, com 95% de confiança, comente a afirmação: “ Menos de 70% empregados (admitidos no último mês) apresentam uma produção diária superior a 2 unidades”. (1.8)
- c) Considere que a empresa admitiu 500 empregados no último mês. Com o mesmo nível de confiança da alínea anterior, qual deverá ser o tamanho da amostra a recolher de modo a que intervalo de confiança para o número de empregados que apresentam uma produção diária superior a 2 unidades seja [186, 364]. Use o mesmo  $\hat{p}$  da alínea anterior. (1.4)