
Departamento: Matemática

Estatística I

Curso: Gestão de Empresas e Gestão Comercial e da Produção

Ano: 2º **Semestre:** 1º

Prova: Exame **Época:** Recurso

Ano Lectivo: 2004/2005

Duração: 2 horas e 30 minutos

10/09/2005 - 9h00m

Justifique convenientemente todas as respostas!

Grupo I

Admite-se que o tempo de vida de um certo tipo de frigorífico segue uma distribuição normal com valor esperado 4.8 anos e desvio padrão 1.3 anos.

- Se for dada uma garantia de 2 anos, qual a proporção de frigoríficos que serão substituídos dentro da garantia?
- Calcule o período de tempo que o fabricante deve dar como garantia se só desejar substituir 0.5% dos frigoríficos.
- Seleccionam-se ao acaso, com reposição, 10 frigoríficos daquele tipo existente numa loja. Qual a probabilidade de pelo menos 1 durar mais de 8 anos?
- Seleccionaram-se de forma independente 4 frigoríficos. Qual a probabilidade do tempo médio de vida dos quatro frigoríficos ser inferior a 5 anos?

Grupo II

Uma agência de turismo de Viseu constatou que, nas últimas férias da Páscoa, 20% dos seus clientes escolheram como destino um local de Portugal, 60% escolheram outros países da Europa tendo os restantes escolhido países de outros continentes. Além disso:

- 50% dos clientes que escolheram países de outros continentes partiram por um período superior a 7 dias;

- dos clientes que partiram por um período superior a 7 dias, 45% escolheram outros países da Europa;

- 12% dos clientes escolheram um local de Portugal e partiram por um período superior a 7 dias. Seleccionou-se, ao acaso, um dos clientes da agência no referido período de férias.

- Qual a probabilidade do cliente ter escolhido países fora da Europa e ter partido por um período não superior a 7 dias?
- Calcule a probabilidade de o cliente ter partido por um período superior a 7 dias.
- Se o cliente partiu por um período superior a 7 dias, qual a probabilidade de ter escolhido como destino países da Europa.

(Nota: se não respondeu à alínea b) considere que a probabilidade de o cliente ter partido por um período superior a 7 dias é 0.4)

Grupo III

1. O tempo (em minutos) que cada pessoa leva a percorrer um determinado trajecto da cidade de Viseu, em automóvel próprio e em horas de elevado congestionamento de transito, é uma variável aleatória que representamos por X . Estudos estatísticos permitiram concluir que X segue distribuição $N(\mu, \sigma^2)$. Dispomos de uma amostra de X , de dimensão 31, que apresenta variância igual a 5.725 e média igual a 20.

- Determine um intervalo de confiança 99% para a variância de X .
- Com base num intervalo de confiança como 95% de confiança comente a afirmação: “O tempo médio, em minutos, que cada pessoa leva a percorrer um determinado trajecto da cidade de Viseu, em automóvel próprio e em horas de elevado congestionamento de transito é inferior a 20 minutos”.
- Qual deveria ser a dimensão da amostra recolhida de forma a que o erro cometido na alínea anterior fosse menor do que 0,01.

2. Com base no estudo referido na pergunta anterior foi também possível concluir que, naquela cidade, o número de pessoas que chegam diariamente atrasadas ao local de trabalho, devido ao congestionamento de trânsito nas zonas centrais, é uma variável aleatória Y à qual se pode ajustar uma distribuição de Poisson tal que $E(Y^2) = 6$.

- Determine o valor esperado de Y .
- Determine uma aproximação para a probabilidade de que o número total de pessoas que chegam atrasadas ao local de trabalho, em dois meses (considere que dois meses são 61 dias), seja superior a 200.

(Nota: se não resolveu a alínea a) considere que $E(Y) = 3$)

Grupo IV

Seja X a variável aleatória que representa a quantidade de álcool num certo composto. A função de distribuição de X é dada por:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < 0 \\ 5x^4 - kx^5, & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ 1, & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

- Determine o valor de k .
- Determine a função densidade de probabilidade de X .
- Sabendo que X é um valor entre 0.2 e 0.7, calcule a probabilidade de X ser maior do que 0.5.
- Suponha que o preço de venda do composto depende do conteúdo de álcool: se $\frac{1}{3} < X < \frac{2}{3}$ o preço é de C_1 euros por litro; caso contrário o preço é de C_2 euros por litro. Supondo o custo de produção igual a C_3 euros por litro calcule a função de probabilidade do lucro líquido por litro.

(Nota: se não respondeu à alínea a) considere que $k = 4$)