

Departamento: Matemática

Álgebra Linear e Geometria Analítica

Curso: Engenharia Electrotécnica

Ano: 1º

Semestre: 1º

Ano Lectivo: 2007/2008

Ficha Prática nº10 - Determinantes

1. Calcule os seguintes determinantes:

$$(a) \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 4 \end{vmatrix}; \quad (b) \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 4 \end{vmatrix}; \quad (c) \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{vmatrix}.$$

2. Calcule os seguintes determinantes, usando a regra de Sarrus:

$$(a) \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & -3 \end{vmatrix}; \quad (b) \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 4 & 2 \end{vmatrix}; \quad (c) \begin{vmatrix} 0 & -\sqrt{2} & 5 \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} & 2 \\ 1 & 2 & -\sqrt{2} \end{vmatrix}.$$

3. Calcule o seguinte determinante, usando a eliminação de Gauss

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

4. Calcule os seguinte determinantes,

(i) usando a eliminação de Gauss;

(ii) usando a fórmula de Laplace.

$$(a) \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 4 & 2 \end{vmatrix}; \quad (b) \begin{vmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b \\ 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d & 0 \end{vmatrix}; \quad (c) \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix};$$

$$(d) \begin{vmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 2 & 0 \end{vmatrix}; \quad (e) \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 & 0 \\ 2 & 3 & -4 & 1 \\ -1 & -2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 5 & 3 \end{vmatrix}.$$

5. Calcule, da forma que achar mais conveniente (pode evidentemente misturar as técnicas aprendidas) os seguinte determinantes:

$$(a) \begin{vmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -4 \end{vmatrix}; \quad (b) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix};$$

$$(c) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -2 & 0 \\ 3 & -1 & 1 & -2 \\ 4 & -3 & 0 & 2 \end{vmatrix}; \quad (d) \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 4 & 3 \\ 2 & 2 & -1 & -1 \end{vmatrix}.$$

6. Sendo A $n \times n$, qual é a relação com $\det A$ de :
(a) $\det(2A)$? (b) $\det(-A)$? (c) $\det(A^2)$?

7. Se A é uma matriz invertível de ordem n , mostre que

$$\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det(A)}.$$

8. Prove que o determinante de uma matriz ortogonal real ou é 1 ou é -1.
9. Relativamente a cada uma das matrizes seguintes, use determinantes para encontrar os valores dos parâmetros para os quais a matriz é invertível.

$$(a) \begin{bmatrix} \alpha & \beta & 0 \\ 1 & \alpha & \beta \\ \beta & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (b) \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & \lambda & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & \lambda & 1 & \lambda \end{bmatrix}; \quad (c) \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 + \beta & \alpha\beta \\ 0 & 1 & \alpha & \beta \\ 1 & \alpha & \alpha^2 + \beta & \alpha + \alpha\beta \end{bmatrix}.$$

10. Duas matrizes A e B dizem-se semelhantes se existir T invertível tal que $A = TBT^{-1}$. Prove que se A e B forem semelhantes então $\det A = \det B$.

11. Calcule o determinante
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 4 & 4 \\ 5 & 5 & 5 & 6 \end{vmatrix}.$$

Departamento: Matemática**Álgebra Linear e Geometria Analítica****Curso:** Engenharia Electrotécnica**Ano:** 1º**Semestre:** 1º**Ano Lectivo:** 2007/2008

Soluções da Ficha Prática nº10 - Determinantes

- 1) a) 10 ; b) 2 ; c) 0.
- 2) a) -36 ; b) -4 ; c) $\sqrt{2}$.
- 3) -6.
- 4) a) -4 ; b) abcd ; c) 1 ; d) 0.
- 5) a) 12 ; b) 168 ; c) -131 ; d) -19.
- 6) a) $2^n \det A$; b) $(-1)^n \det A$; c) $(\det A)^2$.
- 9) a) $\beta \neq 0$; b) $\lambda \neq 0$ e $\lambda \neq 1$; c) $\alpha \neq 0$ e $\beta \neq -1$.
- 11) 4.