
PROBLEMA: FUNÇÕES

Por repetição, utilizando as letras, F I B O N A C C I, foi construída a sucessão

F I B O N A C C I F I B O N A C C I F I B O N A C C I ...

1. Considera a função f que a cada número natural, n , faz corresponder a letra correspondente ao termo de ordem n da sucessão referida.

(a) Determina $f(5)$ e $f(89)$.

(b) Seja g uma função de domínio $D = \{5, 89, 233\}$ e tal que $g(x) = f(x)$ (para x pertencente ao domínio). Admitindo que o contradomínio de g coincide com o seu conjunto de chegada, representa a função g por um diagrama de setas.

(c) Comenta a seguinte afirmação:

“a correspondência que, a cada letra (correspondente ao termo de ordem n da sucessão referida), faz corresponder o número natural n , é uma função.”

2. Considera todas as funções

$$h: \{F, I, B, O, N, A, C\} \longrightarrow \{C, I\}$$

de domínio $\mathcal{D} = \{F, I, B, O, N, A, C\}$ e conjunto de chegada $\mathcal{E} = \{C, I\}$.

Quantas funções existem?

3. Considera a sequência formada pelos cinco primeiros termos da sucessão de Fibonacci (F_n), isto é, 1, 1, 2, 3, 5.

Seja f a função afim de coeficiente da variável $-\frac{F_2}{F_4}$ e termo independente $-F_1$, e a função linear h , definida por

$$h(x) = \frac{F_1}{F_3} - \frac{F_2}{F_4} \left(x + \frac{F_4}{F_3} \right) + \frac{F_3}{F_4} x.$$

(a) Escreve as funções f e h na forma canónica.

(b) Mostra que $f + h$ é uma função constante.

(c) Determina o valor exato de $\sqrt[3]{((f + h) \times h) \left(\frac{1}{9} \right)}$.