
PROBLEMA: NÚMEROS RACIONAIS

1. Os números de Fibonacci podem ser definidos por recorrência em que cada termo, com exceção dos dois primeiros termos, é a soma dos dois termos que o precedem, isto é,

$$F_1 = F_2 = 1$$

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, \quad n = 3, 4, 5, \dots$$

Assim,

$$F_3 = F_2 + F_1 = 1 + 1 = 2;$$

$$F_4 = F_3 + F_2 = 2 + 1 = 3;$$

$$F_5 = F_4 + F_3 = 3 + 2 = 5;$$

...

São inúmeras as propriedades matemáticas que os números de Fibonacci satisfazem.

Seguidamente são apresentadas duas dessas propriedades.

PROPRIEDADE 1: Dados dois números inteiros positivos m e n , o número de Fibonacci F_m divide o número de Fibonacci $F_{m \times n}$.

PROPRIEDADE 2: Dados dois números inteiros positivos m e n , o máximo divisor comum dos números de Fibonacci F_m e F_n coincide com o número de Fibonacci F_d , onde d é o máximo divisor comum entre m e n . Isto é, $m.d.c(F_m, F_n) = F_{m.d.c(m,n)}$.

Tendo em conta as propriedades anteriores, justifica o valor lógico das seguintes afirmações:

- (a) Os números de Fibonacci F_{15} e F_9 são primos entre si.
- (b) O número de Fibonacci F_{234} é um múltiplo do número de Fibonacci F_6 .
- (c) O mínimo múltiplo comum entre os números de Fibonacci F_7 e F_{14} é $F_7 \times F_{14}$.
- (d) O número de Fibonacci F_{111} é par.