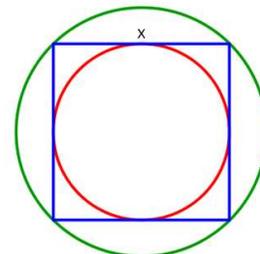


-----

PROBLEMA: FUNÇÕES

-----

1. Na figura está representado um quadrado com medida de lado  $x$  e duas circunferências, uma inscrita no quadrado e outra circunscrita ao quadrado. Considera as funções  $f$  e  $g$  que a cada número de Fibonacci  $x$  fazem corresponder, respetivamente, a medida da área do círculo inscrito no quadrado e a área limitada pelas duas circunferências (coroa circular).



Mostra que  $f(F_n) = g(F_n)$ , onde  $F_n$  denota o número de Fibonacci de ordem  $n$ .

2. Considera a sucessão de Fibonacci  $(F_n)$  definida recursivamente por

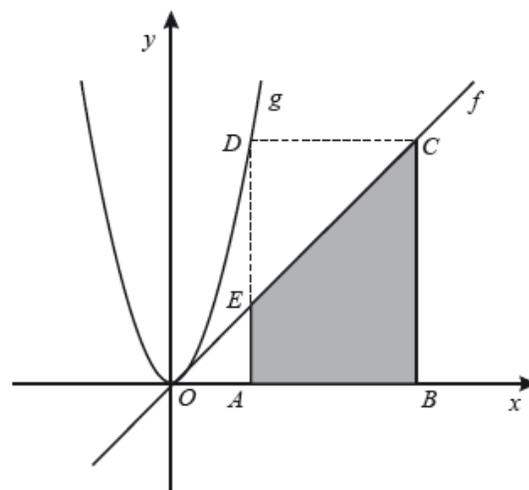
$$F_1 = F_2 = 1$$

$$F_{n+1} = F_n + F_{n-1}, n = 2, 3, \dots$$

No referencial cartesiano da função, estão representadas partes dos gráficos de duas funções,  $f$  e  $g$ , e um trapézio  $[ABCE]$ .

Sabe-se que:

- a função  $f$  é definida por  $f(x) = x$ .
- a função  $g$  é definida por  $g(x) = F_4 x^2$ .
- o quadrilátero  $[ABCD]$  é um retângulo.
- os pontos  $A$  e  $B$  pertencem ao eixo das abcissas.
- o ponto  $D$  pertence ao gráfico da função  $g$ .
- os pontos  $E$  e  $C$  pertencem ao gráfico da função  $f$ .
- os pontos  $A$  e  $E$  têm abcissa igual a  $F_2$ .



- (a) Determina a medida da área do trapézio  $[ABCE]$ . Mostra como chegaste à tua resposta.
- (b) Determina a expressão algébrica da função  $h$ , cujo gráfico é simétrico ao gráfico da função  $g$  relativamente ao eixo das abcissas.