

Departamento de Matemática
Escola Superior de Tecnologia - Instituto Politécnico de Viseu
MATEMÁTICA DISCRETA - Eng. de Sistemas e Informática
Exame Prático - 18/07/2005

Duração: 50m

1. Introduza a operação lógica definida por $p \uparrow q := p \vee \neg q$ e faça a sua tabela de verdade.
2. Seja $p(x) = 2x^2 + 40x - 55$. Averigue a veracidade das seguintes afirmações:
 - (a) "Existe um inteiro x entre 117 e 140 tal que o resto da divisão de $p(x)$ por 9 é 5."
 - (b) "Para todo o inteiro x de -5 a 40 , o número $p(x)$ é maior do que -200 ."

3. Considere os conjuntos:

$$A = \{n^{-3} : n \text{ é inteiro e } 10 \leq n \leq 40\}$$
$$B = \{4^{-n} : n \text{ é inteiro positivo menor do que } 21\}.$$

Determine

- (a) $A \cap B$; (b) $A - B$; (c) o cardinal de $A - B$.
4. Seja f a função real de variável real dada por $f(x) = \cos(\pi x)$
 - (a) Calcule $f(\frac{4}{3})$ apresentando o resultado com 7 casas decimais.
 - (b) Escreva uma lista dos valores de $\sum_{i=1}^n (f(i) + 1)^2$ para n um inteiro múltiplo de 6 entre 36 e 74.
 5. (a) Escreva todos os ternos (x, y, z) de números inteiros tais que $1 < x, y \leq 16$ e $x^2 + y^2 = z^2$.
(Use o resultado da alínea (a) para responder às alíneas seguintes.)
(b) Diga, justificando, se a relação R definida por xRy se " $x^2 + y^2$ é um quadrado perfeito" é uma função, uma função parcial ou nenhuma das duas, quando definida em cada um dos conjuntos:
(i) $\{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ (ii) $\{3, 4, 5, 6\}$ (iii) $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
(c) Desenhe o grafo não dirigido (V, A) onde $V = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 12\}$ e, para $x, y \in V$, $\{x, y\} \in A$ se xRy .
 6. A sucessão de Conway define-se recursivamente do seguinte modo:
Regra de base: $g(1) = g(2) = 1$
Regra recursiva: $g(n) = g(g(n-1)) + g(n-1 - g(n-2))$ para $n \geq 3$.
 - (a) Escreva um procedimento que lhe permita obter $g(n)$ para cada $n \geq 1$.
 - (b) Calcule $g(5)$ e $g(10)$.
 - (c) Determine todos os pares $[i, g(i)]$ tais que $i \leq 25$ e $g(i)$ é múltiplo de 3.
 - (d) Determine o menor i tal que $g(i) \geq 30$.