

**Departamento de Matemática**  
**Escola Superior de Tecnologia - Instituto Politécnico de Viseu**  
**MATEMÁTICA DISCRETA - Eng. de Sistemas e Informática**  
**Exame Prático - 23/07/2004**

**Duração:** 50m

1. Seja  $A = a \wedge \neg b \wedge \neg(a \wedge b)$ .
  - (a) Faça a tabela de verdade de  $A$ .
  - (b) Averigue se  $A$  é ou não logicamente equivalente a  $a \rightarrow b$ .
2. Seja  $f(x, y) = x^3y^4 - 2xy^3 + 3x^3 - xy + 6x$  e  $C = \{z \in \mathbb{Z} : -10 < z < 10\}$ . Averigue a veracidade das seguintes afirmações:
  - (a) "Existem inteiros  $x, y \in C$  tal que  $f(x, y)$  é negativo."
  - (b) " $f(x, y) \bmod 3 \neq 0$  para todos os inteiros  $x, y \in C$ ."
3. Considere os conjuntos:

$$A = \{12x^5 + 8x^4 - 15x^3 - 10x^2 + 3x + 140 : 1 \leq x \leq 6\} \quad \text{e}$$
$$B = \{14x^5 - 8x^4 + 19x^3 - 10x^2 - 483 : 1 \leq x \leq 3\}.$$

Determine em extensão os seguintes conjuntos:

- (a)  $A \cap B$ ; (b)  $A - B$ ; (c) o cardinal de  $A \cup B$ ; (d) O conjunto  $A \times B = \{[z, w] : z \in A \text{ e } w \in B\}$
4. Seja  $A = \{n \in \mathbb{N} : 1 \leq n \leq 12\}$  e  $R$  a relação em  $A$  tal que  $xRy$  se  $x^2 + 4y^2 - 4xy - 25 = 0$ .
  - (a) Determine todos os pares da relação  $R$  e diga, justificando, se se trata de uma função ou não.
  - (b) Desenhe o grafo  $(A, R)$ .
5. Introduza a sucessão  $h$  definida recursivamente por:

$$h(0) = 0; h(1) = 1;$$
$$h(n) = h(n-1) + 2h(n-2), \text{ para } n \geq 2.$$

- (a) Determine  $h(5)$ ;
  - (b) determine todos os pares  $[n, h(n)]$  tais que  $n$  é um número par menor do que 21 e  $h(n)$  é múltiplo de 3.
6. Escreva um procedimento que, dados  $m$  e  $n$ , lhe permita calcular  $f(m, n)$  tal que

$$f(m, n) = \begin{cases} [m, n - m], & \text{se } m < n \\ [0, m], & \text{se } m = n \\ \sum_{i=n}^m (mi), & \text{se } m > n. \end{cases}$$