

Portas lógicas

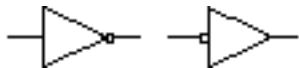
Para além das portas lógicas elementares (AND, OR e NOT) existem outros tipos de portas e simbologias alternativas.

♦ Porta NOT (Inversor)

$$F(X)=Z=X'$$

X	Z
0	1
1	0

Simbologia



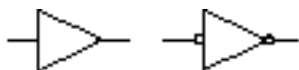
♦ Buffer

Utilizada para amplificar o sinal eléctrico

$$F(X)=Z=X$$

X	Z
0	0
1	1

Simbologia

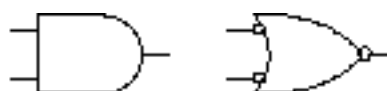


♦ Porta AND

$$F(X,Y)=Z=X \cdot Y = (X \cdot Y)'' = (X' + Y')'$$

X	Y	Z
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Simbologia

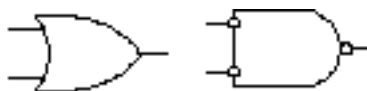


♦ Porta OR

$$F(X,Y)=Z=X + Y = (X + Y)'' = (X' \cdot Y')'$$

X	Y	Z
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Simbologia

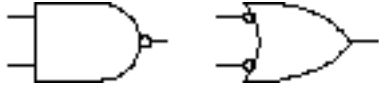


♦ Porta NAND

$$F(X,Y)=Z = (X \cdot Y)' = (X' + Y')$$

X	Y	Z
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Simbologia

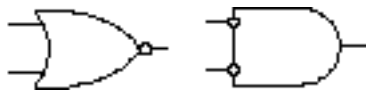


♦ Porta NOR

$$F(X,Y)=Z = (X+Y)' = (X' \cdot Y')$$

X	Y	Z
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Simbologia



♦ Porta XOR (OU-EXCLUSIVO)

$$F(X,Y)=Z = (X \oplus Y) = X'Y + XY'$$

$$F(X,Y)=1 \text{ quando } X \neq Y$$

X	Y	Z
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Simbologia



Teoremas:

$$X \oplus 0 = X$$

$$X \oplus 1 = X'$$

$$X \oplus X = 0$$

$$X \oplus X' = 1$$

$$X \oplus Y = Y \oplus X$$

$$(X \oplus Y) \oplus Z = X \oplus (Y \oplus Z)$$

$$X (Y \oplus Z) = XY \oplus XZ$$

$$X \oplus Y' = (X \oplus Y)' = XY + X'Y'$$

$$X \oplus Y = X'Y + XY'$$

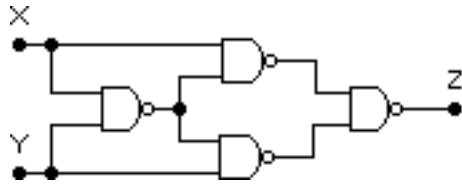
$$X \oplus X \oplus X = X \oplus 0 = X \quad (\text{N}^\circ \text{ ímpar de termos})$$

$$X \oplus X \oplus X \oplus X = 0 \oplus 0 = 0 \quad (\text{N}^\circ \text{ par de termos})$$

Realização de uma porta XOR com portas NAND

$$F(X,Y)=Z=X'Y+XY' = X(X'+Y')+Y(X'+Y') = (X(X'+Y')+Y(X'+Y'))' = ((X(X'+Y'))' \cdot (Y(X'+Y'))')'$$

$$= ((X(XY))' \cdot (Y(XY))')'$$



♦ Porta XNOR (OU-EXCLUSIVO NEGADO)

$$F(X,Y)=Z=(X\oplus Y)'=X'Y'+XY$$

$$=(X\oplus Y')=(X'\oplus Y)$$

$$F(X,Y)=1 \text{ quando } X=Y$$

X	Y	Z
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Simbologia



Exemplo de aplicação de portas XOR

$$F(A,B,C)=\sum m(1,2,4,7)=A'B'C+A'BC'+AB'C'+ABC \text{ (forma mínima soma de produtos)}$$

		B			
		0	1	0	1
A	0	1	0	1	0
	1	0	1	0	1
		C			

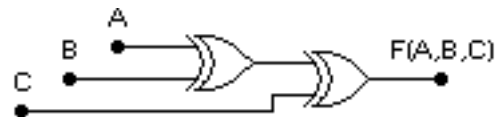
$$F(A,B,C)=A'B'C+A'BC'+AB'C'+ABC$$

$$=A'(B'C+BC')+A(B'C'+BC)$$

$$=A'(B\oplus C)+A((B\oplus C)')$$

$$=A\oplus(B\oplus C)$$

$$=A\oplus B\oplus C$$



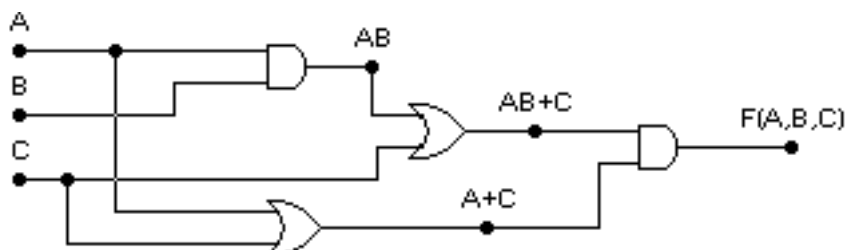
Síntese de circuitos lógicos

Implementação directa de funções a partir da respectiva expressão lógica

Exemplo:

$$F(A,B,C)=(A+C) \cdot ((A \cdot B) + C)$$

Circuito lógico correspondente



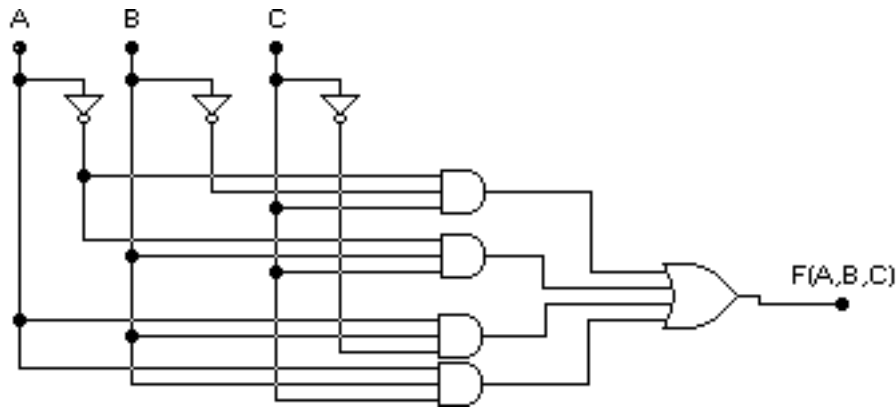
Implementação de funções com estruturas a dois níveis

♦ Forma canónica soma de produtos

Exemplo:

$$F(A,B,C)=A'B'C+A'BC+ABC'+ABC=\sum m(1,3,6,7)$$

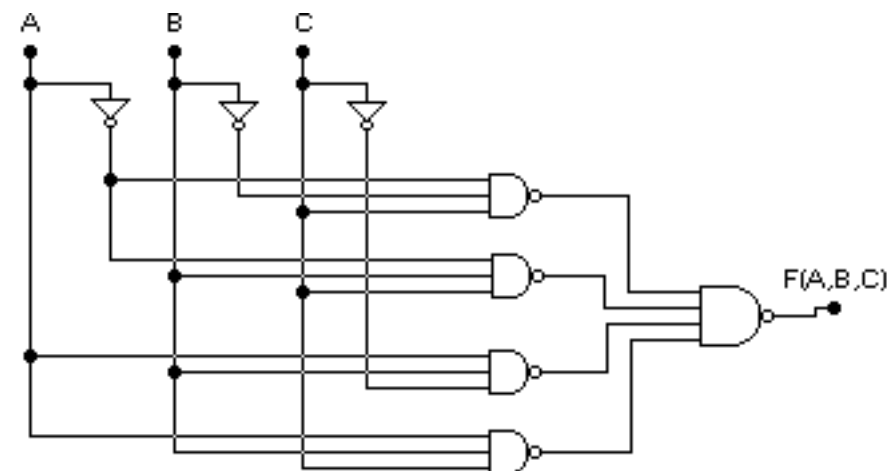
Estrutura AND-OR



Estrutura NAND-NAND

Neste tipo de estrutura apenas se utilizam portas NAND. Note-se que não se consideram os inversores aplicados às variáveis de entrada.

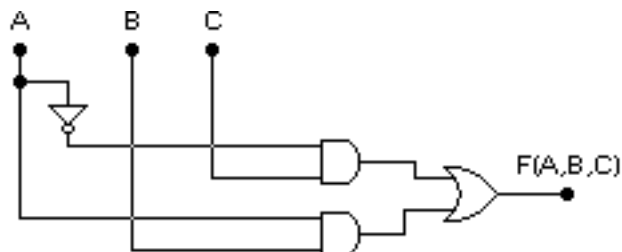
$$\begin{aligned} F(A,B,C) &= A'B'C + A'BC + ABC' + ABC \\ &= (A'B'C + A'BC + ABC' + ABC)'' \\ &= ((A'B'C) \cdot (A'BC) \cdot (ABC') \cdot (ABC))' \end{aligned}$$



♦ Forma mínima soma de produtos

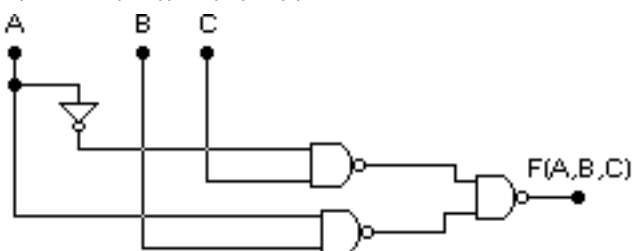
$$F(A,B,C) = A'B'C + A'BC + ABC' + ABC = \sum m(1,3,6,7) = A'C + AB$$

Estrutura AND-OR



Estrutura NAND-NAND

$$\begin{aligned} F(A,B,C) &= A'B'C + A'BC + ABC' + ABC = \sum m(1,3,6,7) = A'C + AB \\ &= (A'C + AB)'' = ((A'C) \cdot (AB))' \end{aligned}$$

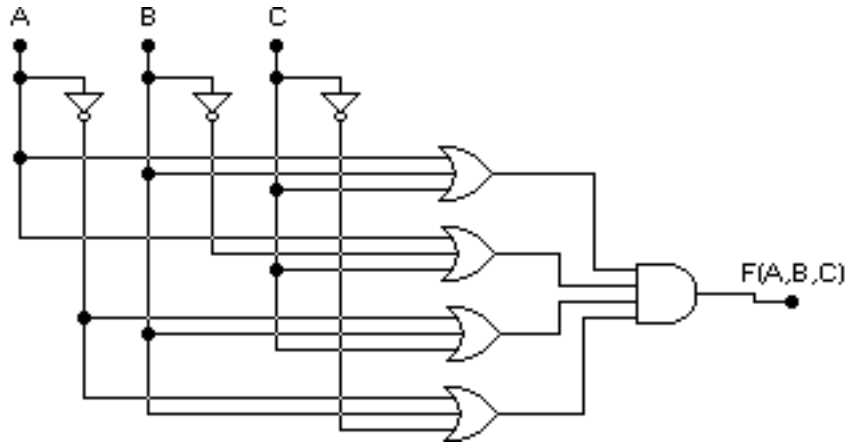


♦ Forma canónica produto de somas

Exemplo:

$$F(A,B,C) = (A+B+C) \cdot (A+B'+C) \cdot (A'+B+C) \cdot (A'+B+C') = \prod M(0,2,4,5)$$

Estrutura OR-AND



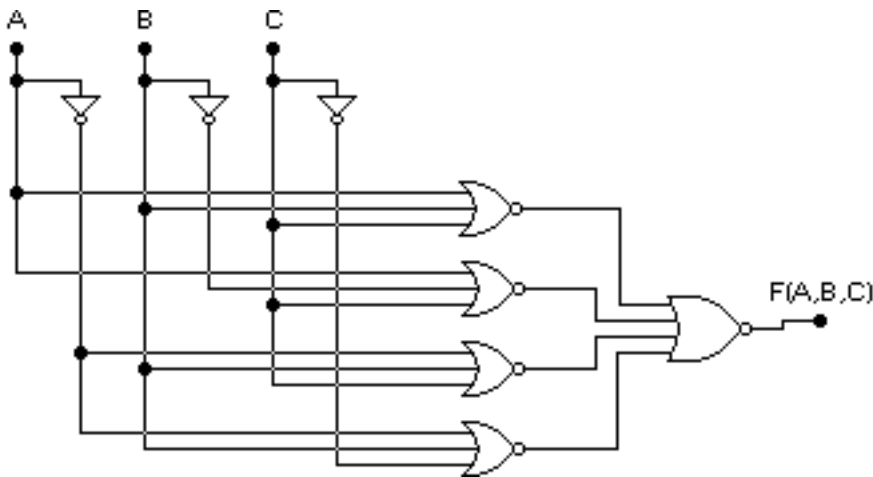
Estrutura NOR-NOR

Neste tipo de estrutura apenas se utilizam portas NOR. Note-se que não se consideram os inversores aplicados às variáveis de entrada.

$$F(A,B,C) = (A+B+C).(A+B'+C).(A'+B+C).(A'+B+C') = \prod M(0,2,4,5)$$

$$= ((A+B+C).(A+B'+C).(A'+B+C).(A'+B+C'))''$$

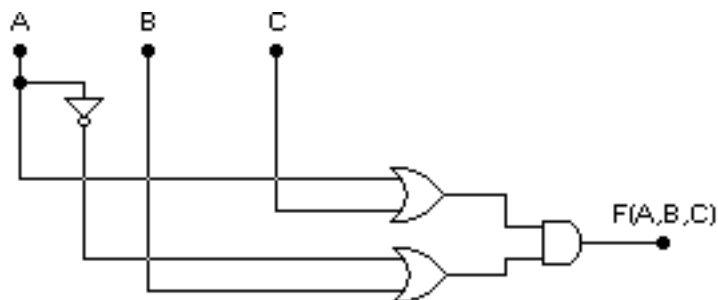
$$= ((A+B+C)' + (A+B'+C)' + (A'+B+C)' + (A'+B+C')')'$$



♦ Forma mínima produto de somas

$$F(A,B,C) = (A+B+C).(A+B'+C).(A'+B+C).(A'+B+C') = \prod M(0,2,4,5) = (A+C).(A'+B)$$

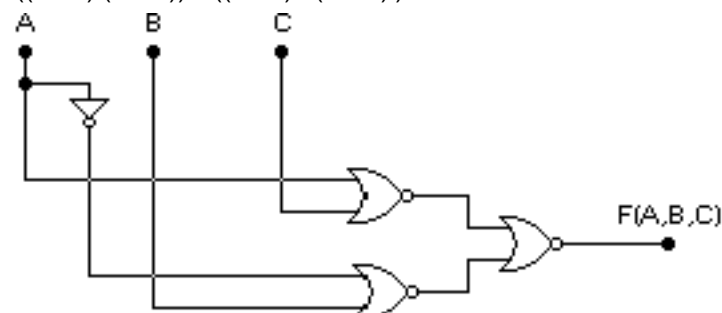
Estrutura OR-AND



Estrutura NOR-NOR

$$F(A,B,C) = (A+B+C).(A+B'+C).(A'+B+C).(A'+B+C') = \prod M(0,2,4,5) = (A+C).(A'+B)$$

$$= ((A+C).(A'+B))'' = ((A+C)' + (A'+B)')$$



Implementação de funções a partir da formulação verbal

Exemplo:

Sintetize, com portas lógicas elementares, um circuito votador de 3 entradas. Neste tipo de circuito, a saída está a zero se duas ou mais entradas estão a zero e está a um se duas ou mais entradas estão a um.

A partir da formulação verbal, obtém-se a respectiva tabela de verdade, recorrendo em seguida ao mapa de Karnaugh para a obtenção da forma mínima, a qual constitui o ponto de partida para o circuito lógico.

Diagrama de blocos

Variáveis de entrada: A,B,C

Função de saída: $F(A,B,C)$

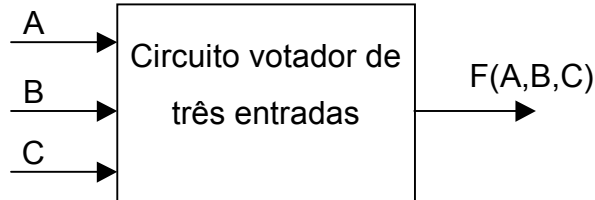
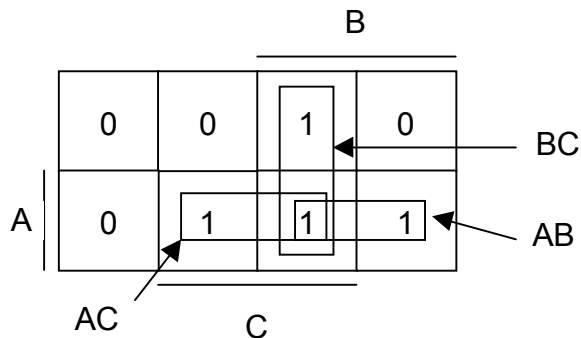


Tabela de verdade:

O preenchimento da coluna $F(A,B,C)$ resulta da interpretação da formulação verbal.

A	B	C	$F(A,B,C)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

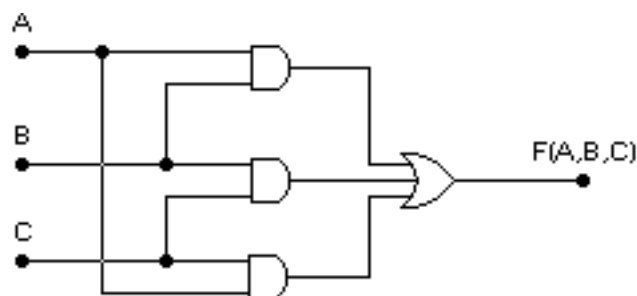
Mapa de Karnaugh



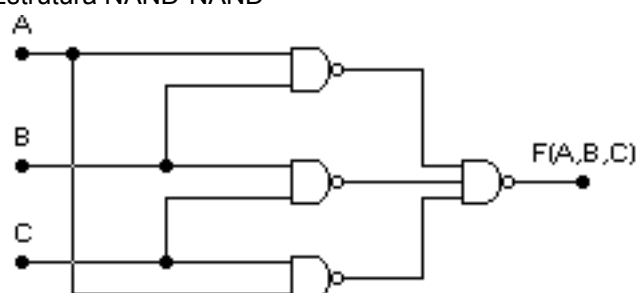
Forma mínima soma de produtos $F(A,B,C) = AB + AC + BC$

Circuito lógico:

Estrutura AND-OR



Estrutura NAND-NAND

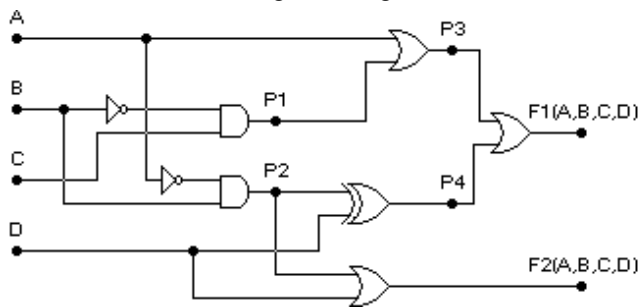


Análise de circuitos lógicos

Da análise de um circuito lógico resulta uma representação alternativa das funções implementadas num circuito lógico, normalmente, recorrendo-se a expressões lógicas ou tabelas de verdade.

Exemplo:

Dado o circuito lógico da figura, determinar as expressões lógicas de F1e F2.



Definem-se os pontos intermédios:

$$P1=B'C$$

$$P2=A'B$$

$$P3=A+P1=A+B'C$$

$$P4=P2 \oplus D = A'BD' + (A'B)'D = A'BD' + (A+B')D$$

$$= A'BD' + AD + B'D$$

$$F1 = P3 + P4 = A + B'C + A'BD' + AD + B'D$$

$$= A(1+D) + B'C + A'BD' + B'D$$

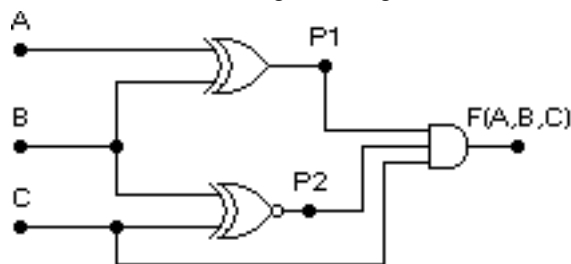
$$= A + B'C + A'BD' + B'D$$

$$= A + BD' + B'D + B'C$$

$$F2 = P2 + D = A'B + D$$

Exemplo:

Dado o circuito lógico da figura, determinar a tabela de verdade de F.



Definem-se os pontos intermédios:

$$P1=A \oplus B$$

$$P2=(B \oplus C)'$$

$$F(A,B,C) = P1.P2.C$$

Tabela de verdade

A	B	C	P1 $A \oplus B$	P2 $(B \oplus C)'$	F(A,B,C) $P1.P2.C$
0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	0
1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	0	0
1	1	1	0	1	0

$$F(A,B,C) = m_3 = A'BC$$

O mesmo resultado pode ser obtido por manipulação algébrica, considerando:

$$F(A,B,C) = (A \oplus B) \cdot (B \oplus C)' \cdot C$$

$$= (AB' + A'B) \cdot (BC + B'C') \cdot C$$

$$= (AB'BC + AB'B'C' + A'BBC + A'BB'C') \cdot C$$

$$= (0 + AB'C' + A'BC + 0) \cdot C$$

$$= (AB'C' + A'BC) \cdot C$$

$$= (AB'C'C + A'BCC)$$

$$= A'BC$$

O mesmo resultado pode ser obtido por interpretação/leitura da expressão lógica da função, considerando:

$$F(A,B,C) = (A \oplus B) \cdot (B \oplus C)' \cdot C$$

Sendo a expressão um produto, então

$$F(A,B,C) = 1 \text{ quando}$$

$$C = 1 \text{ e } (B \oplus C)' = 1 \text{ e } (A \oplus B) = 1$$

$$\Leftrightarrow C = 1 \text{ e } (B = C) \text{ e } (A \neq B)$$

$$\Leftrightarrow C = 1 \text{ e } B = C = 1 \text{ e } A \neq B$$

$$\Leftrightarrow C = 1 \text{ e } B = C = 1 \text{ e } A = 0$$

a que corresponde o mintermo m_3 , logo $F(A,B,C) = A'BC$