

Departamento: Matemática

Álgebra Linear e Geometria Analítica

Curso: Engenharia Civil

Ano: 1º

Semestre: 1º

Ano Lectivo: 2005/2006

## Ficha prática nº0 - Números Complexos

- Resolva em  $\mathbb{C}$ , cada uma das seguintes equações:
  - $z^4 - 1 = 0$ ;
  - $z^2 + 2z + 2 = 0$ ;
  - $z^4 + 4z^2 - 5 = 0$ ;
  - $z^4 + 4z^2 + 4 = 0$ ;
  - $4z^3 + 13z + 17 = 0$ , sabendo que admite a raiz -1
- Determine  $a$  e  $b$  de modo que  $(a - 2bi)(3 + i) = 5$ .
- Apresente na forma  $a + bi$ , o resultado de cada uma das seguintes operações:
  - $(5 + i) - (2 - 3i)$ ;
  - $2(-1 - i) - 3(2 + 3i)$ ;
  - $(3 - i)(2 - i) + 3 - 4i$ ;
  - $(1 - 2i)^2 + (2 - i)(2 + i)$ ;
  - $(1 - 3i)^{-2}$ ;
  - $\frac{2-4i}{3+i}$ ;
  - $\frac{1-i}{(1+i)^2}$ ;
  - $\frac{(1-3i)(3+i)}{2-i}$ ;
  - $\frac{(1-i)^3}{i}$ ;
  - $\frac{4+i}{4-i} + \frac{4-i}{4+i}$ ;
  - $\frac{(1-i)^2 - 2i^{95}}{i-3}$ ;
  - $\frac{(4-i)(3-i)}{(2+i)i}$ .
- Represente na forma trigonométrica e no plano complexo:
  - $\sqrt{3} + 3i$ ;
  - $1 - i$ ;
  - $-i$ ;
  - $4$ ;
  - $5i$ .
- Represente na forma algébrica e no plano complexo:
  - $2cis(\frac{\pi}{2})$ ;
  - $3cis(\frac{\pi}{3})$ ;
  - $2cis(-\frac{\pi}{4})$ ;
  - $2cis(-\frac{\pi}{6})$ ;
  - $3cis(\frac{4}{3}\pi)$ .
- Considere os complexos  $z = 1 + \sqrt{3}i$ ,  $z' = 1 + i$ . Represente, na forma trigonométrica, os números:
  - $z$  e  $z'$ ;
  - $z \cdot z'$  e  $z/z'$ ;
  - $z^3$  e  $z'^4$ ;
  - $\bar{z}^3 \cdot z'$
- Seja  $z = \frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$ , represente trigonometricamente os números:
  - $z$ ;
  - $\bar{z}$ ;
  - $-z$ ;
  - $z^3$ ;
  - $\frac{(-z)^2}{\bar{z}^5}$ .
- Resolva em  $\mathbb{C}$ , cada uma das seguintes equações:
  - $z^3 - 1 = 0$ ;
  - $z^3 + 8zi = 0$ ;
  - $z^6 + \sqrt{3} - i = 0$ ;
  - $z^6 + z = 0$ .
- Expresse na forma  $a + bi$ :
  - $e^{2+i}$ ;
  - $e^{3-i}$
- Reduza à forma  $re^{i\theta}$  cada um dos números complexos abaixo e represente-os geometricamente:
  - $1 + i$ ;
  - $-2(1 - i)$ ;
  - $\sqrt{3} - 3i$ ;
  - $-1 - i/\sqrt{3}$ ;
  - $-1 + i\sqrt{3}$ ;
  - $-3$ .
- Verifique as seguintes relações:
  - $\exp(3 + 7\pi i) = -e^3$ ;
  - $\exp\frac{3-2\pi i}{6} = \frac{\sqrt{6}(1-i\sqrt{3})}{2}$
- Estabeleça as fórmulas de Euler:
  - $\cos \theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$ ;
  - $\sin \theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$
- Seja  $z = re^{i\theta}$ , prove que  $|e^{iz}| = e^{-r \sin \theta}$ .