



INSTITUTO POLITÉCNICO DE VISEU
ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA

Departamento	<i>Matemática</i>	Unidade Curricular	<i>Probabilidades e Estatística</i>				
Curso	<i>Engenharia do Ambiente</i>	Ano	2º	Semestre	1º	Ano Lectivo	2007/2008

Folha Nº2: Distribuição Binomial, Poisson, Normal e Lognormal

1. A probabilidade de encontrar um insecto macho numa crisálida seleccionada aleatoriamente é de 0.45.
 - a) Qual a probabilidade de numa selecção aleatória de 4 crisálidas de se encontrar:
 - i) Um macho.
 - ii) Pelo menos dois machos.
 - iii) No mínimo um e no máximo três machos.
 - iv) No mínimo três fêmeas.
 - b) Calcule o número esperado de fêmeas em oito crisálidas e a respectiva variância.
 2. Numa escola primária foi feita uma grande campanha sobre a reciclagem do papel. Em cinco estudantes, espera-se que quatro guardem escrupulosamente o papel usado para o colocar no papelão.
 - a) Calcule a probabilidade de que em 15 estudantes, mais de metade coloque o papel no papelão.
 - b) Quantos estudantes devem ser seleccionados de modo a que a probabilidade de encontrar pelo menos três a cumprir esta exigência ambiental seja maior do que 99%.
 3. Um exame de escolha múltipla consiste em 12 questões, cada uma com 5 respostas possíveis. Para passar, o aluno deve responder no mínimo a 8 questões correctamente. Qual a probabilidade de isto acontecer, se:
 - a) O aluno vai para o exame sem conhecimentos nenhuns e responde ao acaso.
 - b) O aluno estudou o suficiente para, em cada questão poder eliminar 3 respostas mas de entre as duas restantes escolhe uma ao acaso.
 - c) O aluno estudou o suficiente para ter a certeza da resposta certa em duas questões, mas nas restantes 10 questões escolhe a resposta ao acaso.
 4. Admita que o número de cheias, num ano, Zambeze segue uma distribuição de Poisson de Média 2.4.
 - a) Calcule a probabilidade de num determinado ano terem ocorrido 2 cheias.
 - b) Calcule a probabilidade de num determinado ano terem ocorrido no mínimo 3 cheias.
 - c) Qual a número esperado de cheias em 3 anos?
 - d) Calcule a probabilidade de, em 3 anos terem ocorrido 5 cheias.
 - e) Qual o número mais provável de cheias em 3 anos?
-
-



INSTITUTO POLITÉCNICO DE VISEU
ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA

Unidade Curricular

Probabilidades e Estatística

Ano 2^o

Semestre 1^o

Ano Lectivo

2007/2008

5. O número de chamadas telefónicas que chegam a uma central por hora segue uma distribuição de Poisson e em média, de meia em meia hora chegam 120 chamadas. Calcule:
- A probabilidade de num minuto chegarem 3 chamadas.
 - A probabilidade de em 3 minutos chegar à central pelo menos 6 chamadas.
 - O número máximo de chamadas susceptível de ser manejado pela central tal que a probabilidade de esta ser sobrecarregada seja de 0.05.
6. Suponhamos que o número médio de bactérias existentes num litro de água de um charco é 100. De análises feitas anteriormente conclui-se que o número dessas bactérias existentes nesse charco segue uma distribuição de Poisson. Calcule:
- A probabilidade de que em 5 centilitros dessa água não existam bactérias.
 - O volume de água tal que a probabilidade de não existirem bactérias nessa quantidade de líquido seja de 0.05.
7. Suponha que X tem uma distribuição de Poisson. Se $P(X = 2) = \frac{2}{3} P(X = 1)$, calcule $P(X=0)$ e $P(X=3)$.
8. Num cruzamento de tráfego intenso a probabilidade de um carro sofrer um acidente é $p=0.0001$. Suponhamos que das 16 às 18 horas passam 1000 carros no cruzamento. Nessas condições, qual é a probabilidade de que dois ou mais acidentes ocorram durante aquele período? Admita que p é a mesma para cada carro e que o facto de um carro sofrer ou não um acidente é independente daquilo que ocorra a qualquer outro carro.
9. Uma companhia de seguros possui 10000 apólices no ramo vida referente a acidentes de trabalho. Sabe-se que, por ano, a probabilidade de determinado indivíduo morrer de acidente de trabalho é de 0.0001. Qual a probabilidade de a companhia ter que pagar por ano a pelo menos 4 dos seus segurados?
10. Suponha que a duração de vida (em horas) de dois dispositivos electrónicos, D_1 e D_2 têm distribuições $N(40,6^2)$ e $N(45,3^2)$ respectivamente. Se o dispositivo estiver a ser usado por um período de 45 horas, qual dos dois deve ser preferido?



INSTITUTO POLITÉCNICO DE VISEU
ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA

Unidade Curricular	<i>Probabilidades e Estatística</i>	Ano	2º	Semestre	1º	Ano Lectivo	2007/2008
---------------------------	-------------------------------------	------------	----	-----------------	----	--------------------	-----------

11. Observou-se que o peso de recém-nascidos de um certo hospital A segue uma distribuição normal de média 3.4 Kg e desvio padrão 0.23 Kg. Qual a probabilidade de que nasça neste hospital um bebé com peso superior a 4 Kg? E entre 3.2 Kg e 3.8 Kg?
12. Um combustível para foguetes deve conter uma certa percentagem; X , de um componente especial. As especificações exigem que X esteja entre 30% e 35%. O fabricante do referido combustível obterá, por cada litro, um lucro líquido de 100\$00 se $30 < X \leq 35$, de 0.5 Euros se $35 < X \leq 40$ ou $25 < X \leq 30$ e um prejuízo de 1 Euro para quaisquer outros valores de X . Supondo que X é uma v.a. com distribuição $N(33, 3^2)$, calcule o lucro esperado por cada litro de combustível.
13. Em determinada empresa a utilização semanal de matéria-prima F , é uma v.a. com distribuição normal de média 600Kg e desvio padrão 40 Kg. No início de determinada semana a empresa tem em stock 634 Kg de matéria-prima, não sendo viável no decurso dessa semana mais aprovisionamento.
- Determine a probabilidade de rotura de stock da matéria-prima.
 - Qual deveria ser o stock de modo que a probabilidade de rotura fosse, no máximo, de 0.01.
14. O tempo, em minutos, que um operário demora a executar certa tarefa é uma v.a. com distribuição normal. Sabe-se que a probabilidade de um operário demorar mais de 13 minutos é de 0.0668 e a de demorar menos de 8 minutos é de 0.1587. Calcule:
- O tempo médio requerido para executar a tarefa e o respectivo desvio padrão.
 - A probabilidade do operário demorar entre 9 e 12 minutos a executá-la.
15. O conteúdo de certo tipo de garrafas é aleatório e com distribuição normal de média 1 litro e desvio padrão 0.02 litros. Se 3 garrafas forem despejadas para um recipiente, qual a probabilidade de este ficar com um volume líquido superior a 3.1 litros?
16. X_1 e X_2 são variáveis aleatórias independentes, normalmente distribuídas de igual valor médio e igual variância, respectivamente, 6 e 4. Determine a probabilidade da diferença $\frac{1}{2}X_1 - X_2$ ser positiva.

**Unidade
Curricular**

Probabilidades e Estatística

Ano 2^o

Semestre 1^o

**Ano
Lectivo**

2007/2008

17. Suponha que dispõe de dois processos para chegar a um determinado local:

- usando o transporte A, em relação ao qual o tempo de deslocação é uma v.a. com distribuição normal de média 0.62 horas e desvio padrão 0.08 horas;
- usando o meio de transporte B, numa parte do percurso, e mudando para o meio de transporte C para completar o percurso. Os tempos de deslocação (em minutos) são também variáveis aleatórias com distribuição normal com os seguintes parâmetros:

	média	variância
B	25	80
C	10	20

Suponha que não há tempo de espera na mudança de transporte. Qual o processo a escolher se se considerar importante não demorar mais de 40 minutos?

18. Um fabricante dispõe de sacos de matéria prima para incorporar nas unidades fabricadas. Sabendo que o peso de cada saco tem distribuição normal com valor médio de 100 Kg e desvio padrão 2 Kg, determine a probabilidade de um conjunto de 5 sacos pesar mais de 510 Kg.

19. Admite-se que 75% da população de determinada cidade é favorável ao plano A. Qual a probabilidade de numa amostra de 200 pessoas encontrar:

- a) no máximo 150 pessoas favoráveis ao plano;
- b) mais de 140 pessoas favoráveis ao plano;
- c) 150 pessoas favoráveis ao plano.

20. Sabemos que 15% dos indivíduos que tomam certo tipo de vacinas têm reacções atípicas. Num grupo de 200 pessoas que tomam a vacina, qual a probabilidade de apresentarem tais reacções:

- a) pelo menos 8% das pessoas;
- b) exactamente 16 pessoas;
- c) entre 10 e 20 pessoas.

21. Se 12% dos tubos de imagem de uma certa marca de televisores se queima antes de terminar a garantia, calcule a probabilidade de que um comerciante que vendeu 150 dessas televisões seja forçado a substituir:

- a) pelo menos 20 desses tubos de imagem de tais televisões;
- b) pelo menos 5 e não mais de 13 de tais tubos.



INSTITUTO POLITÉCNICO DE VISEU
ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA

Unidade Curricular	<i>Probabilidades e Estatística</i>	Ano	2º	Semestre	1º	Ano Lectivo	2007/2008
---------------------------	-------------------------------------	------------	----	-----------------	----	--------------------	-----------

22. Para um determinado modelo de automóvel, o custo de manutenção (em centenas de Euros) no primeiro ano de vida segue uma distribuição lognormal com valor esperado 15 e variância 12^2 , admitindo uma taxa de utilização de 15000 Km/ano.

- a) Determine a probabilidade de um veículo novo incorrer num custo de manutenção superior a 25 centenas de Euros no primeiro ano, admitindo que percorrerá 15000 Km.
- b) Calcule a mediana e a moda do custo de manutenção no primeiro ano.

23. Admita-se que o rendimento anual (em milhares de contos) dos agricultores numa determinada região tem valor esperado 3.25 e variância 0.25 e segue uma distribuição lognormal.

- a) Qual a probabilidade de o rendimento anual de um agricultor ser superior a 3.25 milhares de contos?
- b) Qual o rendimento anual mediano?
- c) Qual a proporção de agricultores cujos rendimentos anuais são inferiores a 0.9 milhares de contos?



INSTITUTO POLITÉCNICO DE VISEU
ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA

**Unidade
Curricular**

Probabilidades e Estatística

Ano 2^o

Semestre 1^o

**Ano
Lectivo**

2007/2008

Soluções da Ficha n.º2

- 1 a) i) 0.2995 ii) 0.609 iii) 0.8675 iv) 0.391 b) $E(Y) = 4.4$ e $\text{Var}(Y) = 1.98$
- 2 a) 0.9958 b) $n = 7$
- 3 a) 0.0006 b) 0.1938 c) 0.0064
- 4 a) 0.2613 b) 0.4303 c) 7.2 d) 7 cheias
- 5 a) 0.1953 b) 0.9797 c) 8 chamadas por minuto
- 6 a) 0.0067 b) 3.0 litros
7. $P(X = 0) = 0.4966$ $P(X = 3) = 0.0284$
8. 0.0047
9. 0.019
10. Deve usar-se o dispositivo D_2
11. $P(X > 4) = 0.0045$ e $P(3.2 < X < 3.8) = 0.7669$
12. O lucro por litro é de 87\$795
13. a) 19.77% b) 693 toneladas
14. a) $\mu = 10$ $\sigma = 2$ b) 0.5328
15. 0.0019
16. 0.0901
17. Deve usar o meio de transporte A.
18. 0.0125
- 19 a) 0.5319 b) 0.9554 c) 0.0638
- 20 a) 0.9979 b) 0.0017 c) 0.0038
- 21 a) 0.352 b) 0.1187
- 22 a) 0.1401 b) moda = 7.14 e mediana = 11.705
- 23 a) 0.496 b) 3.212 c) 0.4562